

LA DINAMICA DE LAS SERIES DE TIEMPO: EL CASO DEL INDICE NACIONAL DE PRECIOS AL CONSUMIDOR - EMPLEADOS

POR MAURICIO CABRERA GALVIS Y FERNANDO MONTES NEGRET *

I—INTRODUCCION

El presente estudio se propone examinar en forma detallada el comportamiento mensual, en los últimos diez años (1968-77), de la serie del Índice Nacional de Precios al Consumidor-Empleados, utilizando la metodología desarrollada por Box y Jenkins (1). Se pretende estimar una ecuación que permita proyectar el comportamiento probable de los precios en el futuro, a la vez que explorar si en el corto plazo la serie tiene una dinámica propia y autónoma o si, por el contrario sobre ella inciden en forma determinante factores exógenos dentro de los cuales se destacarían las decisiones de política económica. Es decir, se busca examinar la hipótesis planteada por Tobin (2), según la cual la tendencia de los precios tiene una "inercia poderosa y persistente", especialmente cuando el proceso inflacionario ha sido lo suficientemente prolongado y agudo, de tal forma que las políticas fiscales y monetarias no afectan sino indirectamente los precios mediante modificaciones en la presión global de la demanda agregada sobre los recursos de la economía (3). De confirmarse esta hipótesis, existirán rezagos importantes entre el momento en que se toman medidas para reducir la demanda agregada y su impacto final sobre la tasa de inflación.

La importancia de elaborar predicciones más o menos confiables del curso futuro de la inflación resulta fundamentalmente de la necesidad de tomar decisiones de política económica anticipadamente, disponiendo solamente de información incompleta. Como señala Joan Robinson (4). "Toda la información requerida para hacer una escogencia correcta nunca puede estar a nuestra disposición debido al hecho inevitable de que "los datos básicos simplemente no existen, y no pueden existir, independientemente de la información que nos ingeniemos. No existe un conocimiento certero acerca del futuro, ni siquiera un conocimiento adecuado de las distribuciones de probabilidad. Existen expectativas (o adivinanzas) formuladas con mayor o menor cuidado, e infortunadamente aquellas formuladas más cuidadosamente de ninguna manera son siempre las más exactas. La le-

gislatura del estado de Nueva York ha deliberado sobre estas dificultades, y ha establecido en la Sección 899 del Código de Procedimiento Criminal que aquellas personas que "pretendan predecir el futuro" deben ser consideradas perturbadas de acuerdo con la subdivisión 3, Sección 901 del Código y estarán sujetas a una multa de 250 dólares y/o seis meses en prisión" (5).

A pesar de los anteriores riesgos, resulta importante poner a disposición de los encargados de la toma de decisiones en materia de política económica algunos métodos y estimativos, los cuales a pesar de no ser sino "adivinanzas" acerca del curso probable de una determinada variable en el futuro, pueden resultar útiles para la toma consciente de decisiones. Esto no implica, como lo ha señalado J. K. Galbraith, que las políticas se tomen con base en proyecciones ignorando la realidad presente. "La razón para esto, no es solamente que las proyecciones económicas son altamente imperfectas, algo en lo que están de acuerdo aun los que hacen proyecciones, excepto cuando ofrecen una nueva proyección, sino por el hecho de que las proyecciones oficiales tienen inevitablemente una tendencia al error. En todas, excepto en las más raras ocasiones, están sesgadas por lo que el encargado de la toma de decisiones espera que suceda o necesita que suceda" (6). Afortunadamente de este vicio señalado por Galbraith

* Funcionarios de la Asociación Bancaria y del Departamento de Investigaciones Económicas del Banco de la República, respectivamente.

Los autores agradecen los comentarios y sugerencias de los doctores Gustavo Eguerra y Ricardo Sala de la Universidad de los Andes. Igualmente expresan sus agradecimientos a la señorita Elvira Uerós por la elaboración de los gráficos.

(1) Box, G. E. P. and Jenkins, G. M., *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Holden-Day, San Francisco, 1970. En adelante se citará como B. J.

(2) Tobin, J., "Monetary Policy, Inflation and unemployment", mimeo, Yale University.

(3) El estudio de las relaciones entre las series de precios y medios de pago será objeto de un artículo posterior.

(4) Robinson, J., "What are the question?" *J. E. L.*, diciembre de 1977.

(5) Citado por Joan Robinson *op. cit.* de B. J. Loasby, "Imperfections and adjustment", University of Stirling, Discussion Papers Nº 50, 1977.

(6) Galbraith, J. K., "Money: Whence it came where it went?" *Pelican*, 1975, p. 324.

no hay que preocuparse en este caso, ya que no se trata de una proyección oficial y el procedimiento se describe en forma lo suficientemente detallada como para que pueda ser reproducida por el lector interesado.

Los excelentes resultados obtenidos en otros países en las proyecciones realizadas con este procedimiento permiten esperar que su aplicación al caso colombiano sea fructífera, tanto más si se recuerda la carencia de los modelos estructurales que permitan obtener proyecciones confiables. Esto, sin embargo, solo será posible en la medida en que se avance en el análisis y la selección de los modelos más apropiados para describir el comportamiento de las series temporales de la economía colombiana. El presente trabajo debe considerarse fundamentalmente como un primer paso en esta tarea.

El ensayo se ha organizado en las siguientes secciones: en la segunda sección se presenta una breve discusión de las diferentes tipologías de los métodos de predicción. Posteriormente se presentan en forma resumida algunos de los conceptos fundamentales que se utilizan para el análisis de las series de tiempo, que permiten explicar luego la metodología desarrollada por B. J., tanto para la etapa de identificación como para la estimación del modelo; igualmente se analizan los procedimientos utilizados en la etapa de proyección y valuación de los resultados obtenidos empleando la metodología citada. En la cuarta sección se aplica el método descrito al análisis de la serie del Índice Nacional de Precios al Consumidor, Empleados (7) haciendo uso de la teoría descrita en las secciones anteriores y utilizando el análisis gráfico mediante el cual se justifican los diferentes procedimientos adoptados y los resultados que se van obteniendo en las tres etapas del proceso de indiferencia estadística (Identificación, estimación y proyección). Finalmente se examina brevemente la hipótesis de Tobin acerca de la inercia propia de la serie de precios con base en el modelo identificado para el caso colombiano. El ensayo concluye planteando algunas recomendaciones para investigaciones posteriores, con una somera evaluación de los resultados obtenidos y de la metodología utilizada.

II — TIPOLOGIA DE LOS METODOS DE PROYECCION

El enorme esfuerzo hecho durante los últimos años en los países desarrollados en el área de la investigación cuantitativa, destinada a mejorar el conocimiento de las interacciones entre las diferentes fuerzas de la economía, ha estado orientado fundamentalmente a la construcción de modelos econométricos.

De esta forma se han desarrollado modelos de gran tamaño, que describen la estructura básica de la economía en el corto plazo (8).

La característica general de estos modelos estructurales es emplear los procedimientos más eficientes posibles para ajustar la formulación teórica a los datos; es decir, se busca estimar los diferentes parámetros de especificaciones desarrolladas con base en la teoría y al conocimiento previo que se tiene de la relación entre las diferentes variables. Como lo señala Pierce, "a riesgo de cierta super simplificación, la estimación ha sido empírica mientras que la especificación ha sido teórica" (9).

Estos modelos econométricos prestan un doble servicio para las personas encargadas de diseñar las políticas económicas de un país ("policy-makers"): les suministran proyecciones sobre el comportamiento esperado de las principales variables y, además, les permiten efectuar simulaciones para evaluar los posibles resultados de las políticas (10). Aquí se discutirá fundamentalmente la primera función.

Como método para hacer proyecciones, los modelos macroeconómicos presentan todas las ventajas y desventajas propias de la técnica econométrica empleada; de una parte su construcción debe hacerse de acuerdo con los pasos ya conocidos de especificación, identificación, estimación y proyección. Esta secuencia permite lograr una consistencia teórica que da

(7) En el presente ensayo no se entra a discutir la metodología utilizada por el DANE para el cálculo del índice. El lector deberá remitirse a las siguientes referencias: "Índice de Precios al Consumidor, 1954-junio 1977", DANE, noviembre de 1977. Igualmente véase Prieto D., Rafael y Edgar Díaz B. "Consideraciones metodológicas para la explicación, de las variaciones del Índice de Precios al Consumidor", *Revista del Banco de la República*, enero de 1973. Sería interesante hacer un estudio similar al efectuado en este ensayo para la serie del Índice de Precios al por Mayor del Comercio en General preparado por el Banco de la República. Para este efecto véase "Metodología del Índice de Precios al por Mayor del Comercio en General", *Departamento de Investigaciones Económicas*, Banco de la República, 1975. Igualmente véase "Índice de Precios al por Mayor del Comercio en General, 1970 = 100", *Revista del Banco de la República*, enero de 1974. La razón para efectuar el presente estudio con base en el Índice de Precios al Consumidor, no tomando el índice de Precios al por Mayor, reside en el interés en cuantificar parcialmente los cambios en el nivel de compra de las unidades familiares, aunque se es consciente de sus deficiencias, en particular la desactualización de la canasta familiar y las ponderaciones de los diferentes bienes y servicios dentro del consumo de las familias.

(8) Dentro de esta categoría se encuentran modelos de la complejidad del modelo FMP (Federal Reserve Board —MIT— Penn.) para el estudio de la economía de los Estados Unidos, el cual está compuesto de 171 ecuaciones y variables endógenas que deben ser explicadas. Véase Modigliani, Franco, Robert Rasche, y J. Phillip Cooper, "Central Bank Policy, The money supply and the short-term rate of interest", *Journal of Money, Credit and Banking*, mayo de 1970.

(9) Pierce, D. A., "Relationships —and the lack thereof— between economic time series, with special reference to money and interest rates" *JASA*, marzo 1977, p.11.

(10) Gorbet, F. W. "Los modelos econométricos: su uso en el análisis de las políticas, en CEMLA, *Boletín Mensual*, Vol. XXII, Nº 1, enero de 1976, pp. 36-42.

sentido económico a las relaciones matemáticas establecidas entre las variables y presupone la solución de los problemas de orden estadístico que se puedan presentar; pero no deja de tener sus ventajas. De una parte subsisten problemas teóricos sobre la relación de los modelos con la realidad que pretenden representar y de otra su construcción y la consecución de la información necesaria para estimarlos, tiene costos considerables.

Dejando de lado las dificultades teóricas, pues no es el sitio para discutir las en detalle, se comenta el aspecto de los costos de hacer proyecciones por medio de modelos.

Se puede afirmar que existe una relación directa aunque no biunívoca entre la precisión de un modelo y su complejidad: mientras mayor sea la precisión deseada de las proyecciones, probablemente resulte más compleja la estructura del modelo que las genera (lo cual no significa que todo modelo con determinado grado de complejidad produzca proyecciones aceptables) y lógicamente, tanto la especificación como la estimación de configuraciones con mayores niveles de sofisticación tiene costos apreciables y requiere la utilización de técnicas estadísticas y de cómputo muy elaboradas.

Las proyecciones realizadas a partir de modelos tienen tres posibles fuentes de error (11):

a) Cuando se trata de extrapolaciones o de proyecciones *ex-ante* es necesario asumir valores dados para las variables exógenas en el futuro y así poder resolver el sistema. Por supuesto, estos valores son diferentes a los que pueden asumir esas variables en la realidad, excepción hecha del caso —muy raro por cierto— de que estén totalmente bajo el control de alguna autoridad.

b) Puede existir error de especificación, cuando la relación planteada entre las variables difiera de las interrelaciones dadas en la realidad.

c) La proyección se hace bajo el supuesto de un valor esperado del error igual a cero; pero el error futuro puede ser distinto de cero o estar influido por los errores muestrales originados en la estimación de los parámetros.

Una dificultad adicional para el caso colombiano es la carencia de la información suficiente para alimentar los modelos estructurales que se construyan, además de las mayores dificultades en lograr especificaciones adecuadas para sectores y variables cuyo ajuste a niveles de equilibrio no se hace por el mecanismo tradicional del racionamiento impuesto por el sistema de precios, sino por racionamiento de tipo administrativo.

La apreciación anterior puede aparecer como excesivamente pesimista, lo cual no debe interpretarse como si este tipo de esfuerzo (construcción de modelos estructurales) no tengan valor, sino más bien, en el sentido de que pasará bastante tiempo para que el "policy-maker" colombiano pueda disponer de modelos de corto plazo de la economía que lo ayuden en sus decisiones. En esta área ya se pueden señalar algunos avances, como el desarrollo del Modelo Seres (12) para el análisis integral de los efectos a largo plazo de diversas alternativas de política económica y social que se tomen. De todas formas, aun con modelos estructurales se necesita desarrollar metodologías para estimar el valor esperado o futuro de las variables exógenas al modelo, cuando estas no se incorporan en forma totalmente determinística o simplemente mediante proyecciones *ad-hoc*, como se comentó anteriormente.

Entre los métodos alternativos que se pueden utilizar para hacer proyecciones sin necesidad de utilizar complejos modelos econométricos, son importantes aquellos que emplean como información básica una secuencia de observaciones de la variable en cuestión a través del tiempo; estos datos se utilizan para estimar una tendencia o para construir un modelo autorregresivo.

La búsqueda de una **tendencia** en el comportamiento de una variable a través del tiempo puede realizarse de diversas maneras mediante el análisis de regresión; el punto de partida es considerar la variable como función del tiempo:

$$Z_t = f(t)$$

se trata de funciones estocásticas que incluyen siempre un término de error, con los supuestos clásicos generalmente asumidos en la etapa de la estimación (media igual a cero y varianza constante).

Estos procedimientos han sido bastante criticados por los econométricos. Se pueden resumir las objeciones contra las proyecciones realizadas a partir de la estimación de tendencias, con la siguiente cita de Nelson (13): "Quizás la objeción más fundamental a cualquier modelo que represente una variable como función determinística del tiempo es la implicación, para tal modelo, de la evolución a largo plazo de las series de tiempo completamente sistemática

(11) Véase Theil, H.: "Applied Economic Forecasting", North-Holland, Amsterdam, 1966, pp. 6-14.

(12) "Modelos Seres: Estructura y Usos", Monografías de la Corporación Centro Regional de Población, Vol. 3, 2ª Ed., mayo 1977.

(13) Nelson, Ch. R. "Applied Time Series Analysis for Managerial Forecasting", Holden-Day, 1973, p. 6.

y por lo tanto altamente predecible. Esto es difícil de aceptar como una caracterización de variables económicas tales como precios, ventas, utilidades, tasas de interés, etc., y debemos sospechar de las proyecciones resultantes de la aplicación de tal modelo”.

En cuanto a los **modelos autorregresivos**, su idea central es expresar el valor actual de una variable como el resultado de la combinación lineal de observaciones anteriores, que formalmente se expresa así:

$$Z_t = b_0 + b_1 Z_{t-1} + b_2 Z_{t-2} + \dots + b_n Z_{t-n} + a_t$$

Como en el caso anterior, no se trata de establecer relaciones entre diferentes variables, sino de proyectar a partir de la inercia de la propia serie. Este intento no es criticable en sí mismo pues, aunque carezca de valor explicativo, si puede generar proyecciones confiables utilizando la información contenida en la historia de la variable a través del tiempo. El problema de estos modelos es la forma como se construyen: ¿Cuál es el criterio para decidir hasta qué punto el pasado influye todavía en el presente? o, en otras palabras, ¿Cómo elegir el valor de “n”? La dificultad está entonces en cómo identificar y estimar el proceso subyacente mediante el cual se generará un evento aún no observado.

Anticipando los temas de la sección III, se define una serie de tiempo como un conjunto de observaciones de una variable realizadas periódicamente, a intervalos de tiempos iguales. Un primer nivel de análisis de estas series es puramente descriptivo y trata de encontrar los diversos componentes de la serie: componentes tendenciales (de largo plazo), cíclicos, estacionales y aleatorios; a este nivel solo es posible descomponer la serie, y describir minuciosamente cada uno de sus movimientos, pero no se pueden realizar proyecciones.

El análisis orientado hacia las proyecciones tiene como supuesto básico el considerar el conjunto de observaciones que integran la serie como la realización de un **proceso estocástico**, es decir, cada observación se considera sometida al influjo de un impacto aleatorio cuya distribución de probabilidad es posible conocer. En otras palabras, el tiempo se asocia a un espacio probabilístico, la variable se convierte en aleatoria y el conjunto de observaciones se define ahora como el resultado de una distribución conjunta de variables aleatorias. En efecto,

cada observación, Z_i , tiene una probabilidad P_i y el conjunto una probabilidad denotada como:

$$P_i(Z_1, Z_2, \dots, Z_n) \quad i=1, \dots, n$$

Para decirlo de otra manera, el fundamento estadístico de este análisis reside en que la secuencia de observaciones de una variable a través del tiempo se considera como proveniente de una distribución de probabilidad conjunta, a partir de la cual es posible obtener estimativos acerca del resultado probable de un evento aún no ocurrido. En esta forma, los valores observados de la serie de tiempo cumplen dos funciones principales (14): a) informan “acerca del mecanismo particular que describe su evolución a través del tiempo, y b) permiten poner dicho mecanismo en uso para proyectar el futuro”. Este es precisamente el problema que se debe resolver: ¿Cómo determinar el proceso estocástico apropiado para una serie particular de observaciones de una variable determinada? La metodología de Box y Jenkins es un intento de respuesta a este problema.

La utilización de proyecciones efectuadas mediante modelos estructurales o modelos de series de tiempo al estilo de B-J no deben plantearse como excluyentes. Cuando se dispone de los primeros la utilización de los segundos permite mejorar la confiabilidad de las proyecciones pues “cada proyección alternativa casi siempre contiene un componente único de información que puede ser eficazmente utilizado combinándolas todas dentro de una proyección compuesta” (15).

Otra posibilidad es la de minimizar el error cuadrado medio de predicción solamente con los modelos de series de tiempo. De ser así el modelo estructural estaría subutilizando la información disponible posiblemente a causa de alguno de los problemas estadísticos anotados. Un ejemplo de estas posibilidades es la evaluación realizada por Nelson de las proyecciones del modelo FMP (16). El concluye que los modelos de series de tiempo (ARIMA) son relativamente más robustos con respecto a las extrapolaciones que el modelo FMP, ya que entre las catorce variables comparadas, minimizan el error cuadrático medio para siete de ellas y en otras cinco contribuyen a minimizarlo mediante proyecciones conjuntas. Tan solo en dos casos el modelo FMP produce mejores resultados.

(14) Nelson, *op. cit.* p. 19.

(15) Nelson, *op. cit.*, Capítulo VIII.

(16) “The Prediction Performance of the FRB —MIT— Penn Model of the U. S. economy”, AER, diciembre, 1972, pp. 902-917.

En esta sección se presenta en forma bastante esquemática el método para el análisis de las series de tiempo desarrollado por Box y Jenkins (17) siguiendo, en lo fundamental, la anotación utilizada por Thompson y Tiao (18) y algunos de los conceptos desarrollados por Nelson (19). Sea Z_t el vector que contiene la secuencia de observaciones (Z_1, Z_2, \dots, Z_N), tomadas en períodos discretos igualmente espaciados de la variable que nos interesa analizar. El comportamiento de Z_t a través del tiempo puede representarse en forma general dentro de la familia de modelos lineales descritos por la siguiente ecuación:

$$\phi_p(B) (1-B)^d (Z_t - u) = \theta_q(B) a_t \quad (1)$$

en donde:

p, d, q = enteros no negativos

$\phi_p(B), \theta_q(B)$ = polinomios en B de orden p y q , respectivamente

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$$

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$$

B = Operador. Definido como $BZ_t = Z_{t-1}$

a_t = perturbaciones aleatorias, distribuidas independientemente, con media cero y varianza

$$\sigma^2, N(0, \sigma^2).$$

(ϕ_1, \dots, ϕ_p) = parámetros autorregresivos

$(\theta_1, \dots, \theta_q)$ = parámetros de promedio móvil

u = parámetro de localización o de tendencia central. Nótese que $u = 0$ para $d > 0$.

El modelo general de la ecuación (1) integra modelos de promedio móvil (MA), modelos autorregresivos (AR) o combinaciones de los dos (ARIMA). Dentro de esta familia de modelos el interés se centra principalmente en aquellos aplicables a series estables (20), es decir a aquellas series de datos Z_t para las cuales la distribución de los mismos permanece invariable con respecto a t (21). En otras palabras, y en forma intuitiva, una serie de observaciones a través del tiempo será estable cuando fluctúe alrededor de algún valor medio u , dentro de una "banda" de la cual raramente habrá de desviarse. Este requisito puede aparecer a pri-

mera vista algo restrictivo. Sin embargo, aunque la serie Z_t puede no ser estable, es posible transformarla mediante diferenciación, ya sea de primer orden $(Z_t - Z_{t-1})$ o de orden superior a uno $(1-B)^d \cdot Z_t$ (22), en una serie que si lo sea.

La clase de modelos descritos por la ecuación (1) es demasiado extensa para elegir aquel que describa en mejor forma el comportamiento de la serie para analizar, razón por la cual Box y Jenkins han sugerido algunos procedimientos para seleccionar un pequeño número de modelos dentro de los cuales sea más fácil escoger el que resulte más apropiado para la descripción de los datos bajo análisis. El rasgo fundamental de estos procedimientos es el de ser totalmente empíricos e inductivos. Al contrario de los modelos estructurales, la especificación no es teórica sino surge de la información contenida en la historia de la variable.

Del pasado de la variable se extrae la información necesaria para la identificación del modelo, utilizando las funciones de autocovarianza y autocorrelación.

Para definir la función de autocorrelación y su importancia en la selección preliminar del modelo apropiado, se debe partir de la definición estadística de la covarianza (Cov.) La covarianza entre dos variables es el valor esperado del producto de las desviaciones de cada observación a partir de la media. Por ejemplo, la covarianza entre las observaciones Z_t y Z_{t+j} de una serie estable está definida por:

$$\text{Cov}(Z_t, Z_{t+j}) = E[(Z_t - u)(Z_{t+j} - u)]$$

Cuando se trata de la covarianza entre diferentes observaciones de la misma serie, se denomina autocovarianza en el rezago j .

(17) Véase referencia (1).

(18) Thompson, H. E. y G. C. Tiao, "Analysis of telephone data: a case study of Forecasting seasonal time series", *The Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol. 2, N° 2, Autumn 1971.

(19) Véase referencia (13).

(20) Corresponde al término inglés "Stationarity". Se ha preferido esta traducción en lugar de "estacionaridad" a fin de evitar confusiones con el concepto "estacionalidad".

(21) En un sentido más estricto la estabilidad de una serie implica que la distribución conjunta de probabilidad permanece invariable a través del tiempo. Así, la expectativa de Z_t no depende de t sino más bien es una constante que sirve para situar la serie a lo largo de su historia en la vecindad de su valor medio. Véase Nelson, Capítulo II.

(22) En algunos casos, especialmente cuando se consideran períodos bastante largos, la diferencia de los valores absolutos puede aumentar a través del tiempo. En este evento habrá necesidad de homogenizar la serie tomando la diferencia de los logaritmos naturales de los valores originales (lo que equivale a analizar las variaciones porcentuales de los datos).

¿Qué nueva información acerca del comportamiento de una serie proporciona la autocovarianza? Cuando la autocovarianza entre dos observaciones resulta ser positiva, está indicando que si Z_t está por encima (por debajo) del valor medio, Z_{t+1} tenderá también a ser superior (inferior) a la media. Por el contrario, cuando la autocovarianza es negativa el comportamiento de la serie estará caracterizado por intersecciones frecuentes con la media, ya que las observaciones superiores al valor medio tenderán a estar seguidas por valores inferiores, y viceversa. Esta nueva información juega un papel crucial en el análisis de las series de tiempo, ya que si sabemos cuál es el signo de la autocovarianza puede hacerse una proyección más acertada de los valores futuros de la variable.

La principal deficiencia de la autocovarianza como indicador del comportamiento de la serie es la de ser sensible a las unidades en las que se calcula. Para corregir esto, se sugiere en la literatura sobre el tema, proceder a igualarla dividiendo la autocovarianza por el valor de la varianza (23): En esta forma se calculan los coeficientes de correlación, a partir de los cuales se deriva la función de autocorrelación, cuya expresión gráfica se conoce con el nombre de correlograma.

En forma general puede definirse la función de autocorrelación muestral r_k como:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2} \quad (2)$$

$k = 1, 2, \dots$

Z = media de la muestra

n = número de observaciones

En esta forma (2) provee un estimativo de la función de autocorrelación de la población bajo análisis, mediante el cual puede decidirse acerca del número de términos en $\phi_p(B)$ y $\theta_q(B)$ que deben incluirse en el modelo. Cabe recalcar que r_k es tan solo un estimativo del valor poblacional, el cual estará sujeto a error estadístico.

Hasta el momento no se ha hablado sobre la forma de tomar en cuenta la información estacional incluida en el comportamiento histórico de la serie. La generalización del modelo (1) permite tomar en cuenta además de la dependencia entre sí de observaciones sucesivas, la posible dependencia que pueda existir entre observaciones de la serie en el mismo mes pero en diferentes años. Este comportamiento repetitivo de la serie a través del tiempo puede incluirse, en igual forma, a la relación de dependencia que existe entre observaciones contiguas en la ecuación (1). Esta generalización desarrollada por la metodología de B-J nos lleva a:

$$\phi_{ps}^*(B^s) \cdot \phi_p(B)(1-B^s)^{d_1} (1-B)^d (Z_t - \mu) = \theta_{qs}^*(B^s) \theta_q(B) a_t \quad (3)$$

en donde:

s, q_s, p_s, d_1 = enteros no negativos

$\theta_{qs}^*(B^s), \phi_{ps}^*(B^s)$ = son polinomios en B^s de orden q_s y p_s respectivamente

$$\phi_{ps}^*(B^s) = 1 - \phi_{ps1}^* B^s - \dots - \phi_{psp_s}^* B^{sp_s}$$

$(\phi_{ps1}^*, \dots, \phi_{psp_s}^*)$ = parámetros autocorregresivos estacionales.

$(\theta_{q1}^*, \dots, \theta_{qs}^*)$ = parámetros de promedio móvil estacional

Se puede ilustrar el resultado general de la ecuación (3) mediante un ejemplo. Supongamos que el grado de diferenciación no estacional (d) requerido para transformar la serie en una serie estacionaria es uno ($d = 1$). (Sin perjuicio de que los datos hayan sido transformados tomando logaritmos na-

turales). Se tiene por lo tanto una ecuación de la forma:

$$\phi_p(B)(Z_t - Z_{t-1}) = \theta_q(B) a_t \quad (4)$$

(23) La varianza corresponde a la autocovarianza en el rezago cero.

Ahora bien, supóngase que la función de autocorrelación muestral r_k presenta "picos" (máximos locales) en los valores $K = 12, 24, 36, \dots$, lo cual indica la existencia de un efecto estacional anual

sin corregir por la diferencia inicial. Podemos incluir esta pieza de información en el modelo diferenciando cada doce periodos ($ds = 1, s = 12$), con lo cual la ecuación (3) se transforma en:

$$\phi_{p1}^*(B^{12}) \phi_p(B) [(Z_t - Z_{t-1}) - (Z_{t-12} - Z_{t-13})] = \theta_{qs}^*(B^s) \theta_q(B) a_t \quad (5)$$

En esta forma la ecuación (5) incluye la información de la interdependencia entre observaciones de un mismo periodo (meses de un mismo año, por ejemplo) y la información estacional (estacionalidad de un mes del año uno, con el mismo mes del año dos, por ejemplo). Nos queda faltando por definir si el modelo debe ser AR, MA o ARIMA y el valor que se le debe asignar a ps, qs, p y q .

Es en esta etapa del proceso de identificación donde la función de autocorrelación juega un papel crucial, tanto en la identificación del tipo de modelo que se debe usar como en la definición del orden de los polinomios (24). Con este fin Box y Jenkins desarrollaron una serie de reglas generales para interpretar la información suministrada por dichas funciones (25), a saber:

a) Los modelos de promedio móvil (MA) de orden q ($p=0$) presentan por lo general una función de autocorrelación muestral (r_k) con valores significativos (26) para los rezagos comprendidos entre 1 y q , luego desaparecen súbitamente. Por el contrario la función de autocorrelación parcial decrece suavemente.

b) Los procesos autorregresivos (AR) de orden p ($q=0$) presentan un correlograma en el cual r_k decrece suavemente (para rezagos entre 1 y p), mientras la función de autocorrelación parcial presenta un corte después del rezago p .

c) Los procesos mixtos de orden p, q presentan una función de autocorrelación con un comportamiento bastante irregular (mezcla de fluctuaciones exponenciales y sinusoidales) hasta el rezago q y luego decrece suavemente, mientras la función de autocorrelación parcial decrece suavemente.

Estas reglas generales aplicables a los correlogramas de las series estables bajo análisis, pueden parecer demasiado subjetivas. Sin embargo ellas son simplemente ayudas para seleccionar un subconjunto de modelos de la clase general de procesos descritos por la ecuación (5). Posteriormente, una vez identificados y estimados los modelos más adecuados de acuerdo con los criterios generales señalados por Box y Jenkins, se presentan varios tests que permiten verificar qué tan adecuado resulta ser el modelo en la descripción del proceso bajo análisis (27).

Una vez se ha definido la clase y el orden a que pertenece la serie en cuestión, se procede a estimar los parámetros de la ecuación correspondiente. Dado que no es el objetivo de este estudio discutir los métodos estadísticos en sí mismos, se presentan tan solo algunas ideas generales sobre los procesos de estimación y proyección.

El propósito de la estimación es encontrar los parámetros que minimicen la suma de los cuadrados de los errores y sean eficientes. Se puede demostrar (28) que para muestras grandes los estimadores eficientes son aquellos que maximizan la función de verosimilitud, con base en lo cual se ha desarrollado un procedimiento para realizar la estimación no lineal requerida por la forma de la ecuación. Este consiste en la aproximación lineal por medio del método de Gauss Newton realizado en forma iterativa (29).

Los parámetros obtenidos con este método deben ser comprobados estadísticamente a través de una prueba de hipótesis, pues en muestras grandes los estimadores de máxima verosimilitud (MLE) tie-

(24) La forma que adopte la función de autocorrelación también nos indica el grado de diferenciación requerido por la serie original a fin de hacerla estable. Así, un indicativo de ausencia de estabilidad es una función de autocorrelación que se aproxima muy lentamente al eje. Esto resulta de las series no estables las cuales tienden a permanecer de uno u otro lado de la media de la muestra.

(25) La función de autocorrelación parcial también se utiliza cuando existen dudas acerca del grado del proceso autorregresivo. Véase Nelson, p. 82. Para un resumen del comportamiento característico de las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial véase Nelson cuadro N° 5.5, p. 89. Igualmente Zellner A. y F. Palm, "Time series analysis and Simultaneous econometric models", *Journal of Econometrics*, Vol. 2, N° 1, mayo 1974, p. 28.

(26) Como se trata de una autocorrelación muestral pueden aparecer valores diferentes de cero que no existen en la función poblacional. Para decidir si son significativos o no, se establece un rango definido por la aproximación de Bartlett para la varianza de los residuos dadas por:

$$|r_k| > (1.96) \frac{1}{\sqrt{n}} \left(1 + 2 \sum_{i=1}^k r_i^2 \right)^{1/2} \text{ para } k > 1$$

véase Nelson, p. 74.

(27) Para un ejemplo de criterios para juzgar que tan adecuado es el modelo seleccionado véase Feige E. L. y D. K. Pearce, "Economically Rational Expectation: Are innovations in the rate of inflation independent of innovations in measures of monetary and fiscal policy", *J. P. E.*, Vol. 84, N° 3, junio de 1976.

(28) Ver Nelson, op. cit. p. 93.

(29) Véase Nelson, p. 96.

nen distribución normal cuya media es el valor "real" (poblacional) del parámetro. A partir de esta propiedad y con la varianza estimada se construye el intervalo de confianza necesario.

El problema fundamental para resolver es comprobar si la estimación ha sido "correcta", en el sentido de ser una representación apropiada de la serie. La bondad del ajuste se mide a partir de los residuos de la serie estimada. Cuando estos no están correlacionados es porque el modelo captó toda la información posible de la muestra, y los residuos son "ruido blanco"; en caso contrario, si aparece un marcado patrón de correlación entre ellos, el modelo no ha logrado simular de manera adecuada la serie, y deberá realizarse una nueva identificación. El criterio para decidir si existe esta correlación o no, es un estadístico sugerido por Box y Pierce (30), con base al cual se realiza una prueba de chi cuadrado $\chi^2(T-p-q)$:

$$Q = (N-d) \sum_{k=1}^T r_k^2(e_t)$$

en donde:

N = número de observaciones

d = grado de diferenciación

$r_k^2(e_t)$ = Cuadrado del coeficiente de autocorrelación estimado de e_t y e_{t-k}

e_t = residuo de la estimación para la observación t

La utilización de este test es simple, pues si el valor calculado es superior al de la tabla de χ^2 , correspondiente al número de grados de libertad, debe concluirse la existencia de autocorrelación entre los residuos y viceversa.

El paso final del proceso de inferencia estadística es proyectar, lo cual no resulta de la aplicación automática del modelo estimado. En primer lugar porque el modelo obtenido no es el proceso "real" que ha generado la serie de observaciones y contiene errores estadísticos provenientes tanto de la etapa de identificación como de la de estimación. De otra parte, como se trabaja con variables aleatorias, las proyecciones pierden confiabilidad en la medida en que se adelanta en el futuro, y su varianza aumenta, pues cada vez tienen más influencias los disturbios aleatorios. Por esto, no sobra recordarlo, se trata de proyecciones probabilísticas, hechas dentro de un intervalo de confianza, el cual depende de la probabilidad asignada.

El criterio empleado para las proyecciones es elegir aquellas que produzcan el "mínimo error cuadrático medio de proyección", es decir, para el caso de expectativas condicionales si el modelo es correcto, no hay ninguna otra proyección extrapolativa

que produzca errores cuyos cuadrados tengan un menor valor (31). El fundamento de esta propiedad es la estructura probabilística de las proyecciones; se trata de valores esperados condicionados por las observaciones anteriores de la variable.

El método de B-J permite hacer "proyecciones" hacia atrás y hacia adelante; las primeras son muy útiles para verificar el poder predictivo del modelo, pues permiten la comparación con valores ya conocidos. Las segundas son menos precisas a medida que se adelanta más en el tiempo, lo cual significa que solo pueden utilizarse con confiabilidad las proyecciones de muy corto plazo. Finalmente, una característica importante es la diferente confiabilidad de las proyecciones como resultado de la estacionariedad de la serie. Se hará referencia a esta peculiaridad en el caso concreto de la serie de precios.

IV — ANALISIS DE LA SERIE DEL INDICE NACIONAL DE PRECIOS AL CONSUMIDOR - EMPLEADOS: 1967-1977

En esta sección se aplica la metodología de B-J descrita anteriormente para el análisis de la serie del índice nacional de precios al consumidor empleado durante los últimos diez años. Como se anotó anteriormente, se utiliza la serie publicada por el DANE sin entrar a discutir sus deficiencias metodológicas.

El estudio de la serie del índice de precios se hará en tres etapas. La primera consiste en la identificación del modelo que mejor se ajuste al comportamiento de los precios a través del tiempo. En la segunda etapa se procede a la estimación de los parámetros del modelo seleccionado y, finalmente, se efectúan algunas proyecciones hacia adelante y hacia atrás y se evalúa la confiabilidad de las mismas.

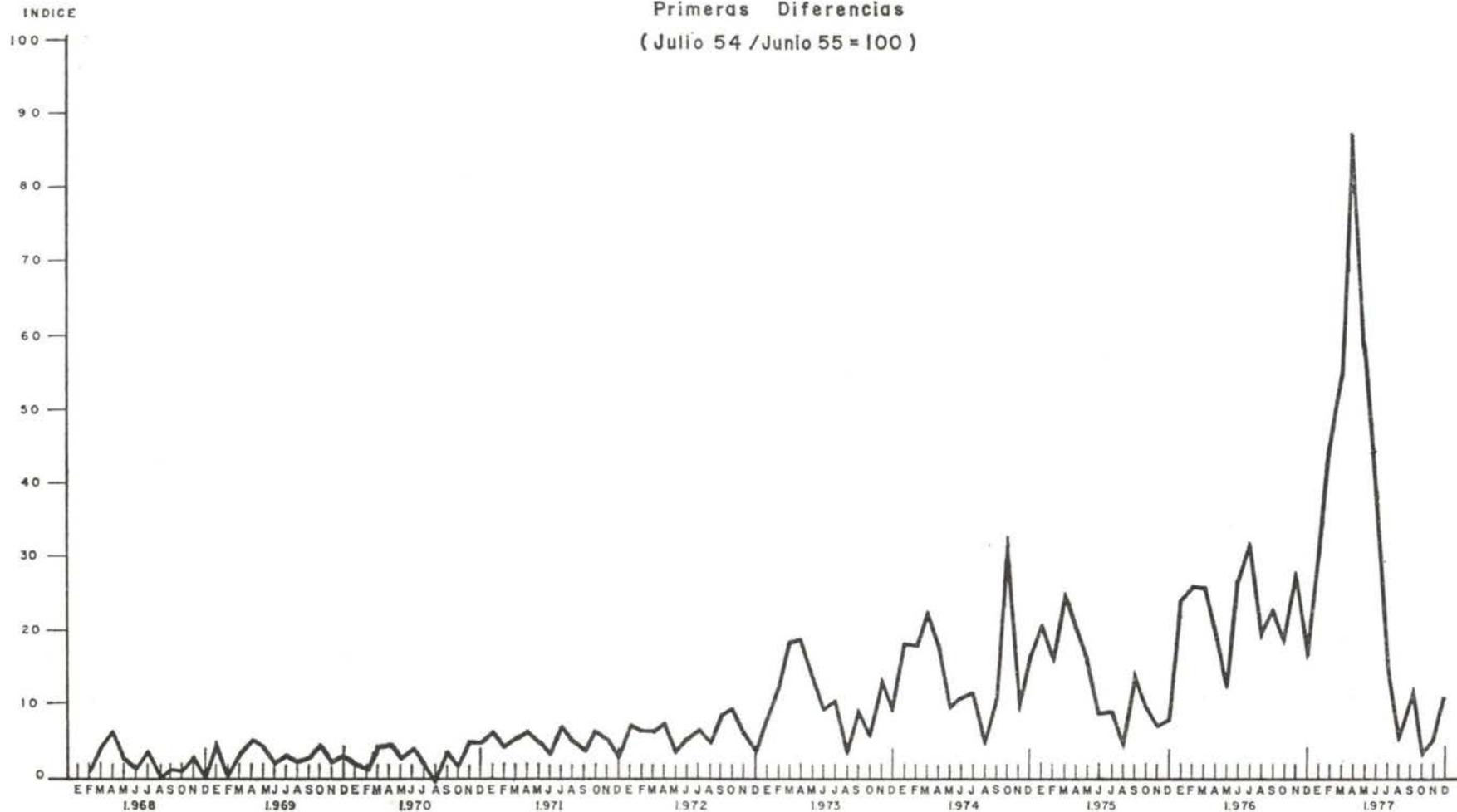
a) Etapa de identificación

El primer rasgo característico de la serie bajo análisis es la de presentar una tendencia ascendente continua. Como se observa en el gráfico 1, se trata de una serie claramente no estable. La primera transformación consiste en tomar las primeras diferencias (D=1) de los índices $(Z_t - Z_{t-1})$. Los resultados de esta diferenciación aparecen en el gráfico 2, donde se observa la tendencia presentada por las variaciones a aumentar a partir del año 1973. Además, como el índice tiene una base constante, se presenta una mayor dispersión hacia el final del período debido a la magnitud de las variaciones absolutas.

(30) Box, G. E. P. y D. A. Pierce, "Distribution of residual autocorrelation in autoregressive moving average time series models", *JASA*, 64, 1970, véase también Feige y Pearce *op. cit.*, p. 504.

(31) Nelson, *op. cit.*, p. 144.

PRECIOS AL CONSUMIDOR TOTAL NACIONAL EMPLEADOS
Primeras Diferencias
(Julio 54 /Junio 55 = 100)



Con el fin de reducir la dependencia de la variabilidad del cambio del nivel de la serie a través del tiempo, se recomienda (32), tomar logaritmos naturales de los datos y proceder al análisis de las primeras diferencias de los índices así transformados. En el gráfico 3, efectivamente se aprecia la reducción del problema de escala aunque no es completa, pues la variabilidad a partir de 1973 sigue siendo mayor que la del período anterior (33). Parecería que la economía comenzara a moverse a mayores niveles de inflación a partir de este año. Por su parte la función de autocorrelación indica la presencia de una marcada estacionalidad en los rezagos 12, 24 y 36. Para corregirla se efectúa la primera diferencia estacional, con un período de 12 meses ($D_s = 1, s = 12$). Los resultados correspondientes se presentan en el gráfico 4.

Como ya se mencionó, las funciones de autocorrelación muestral y parcial juegan un papel central en la identificación del modelo. No sobra enfatizar que ambas funciones por el hecho de haber sido calculadas con base en los datos de la muestra, son tan solo estimativos de las "verdaderas" funciones, y por tanto están sujetas a error de muestreo. Así, al aumentarse el tamaño de la muestra, la varianza de los coeficientes de autocorrelación tiende a decrecer. De todas formas, la presencia del error muestral puede conducir a que algunos de estos valores después de los primeros rezagos resulten relativamente altos. El test de Bartlett (véase nota 26, pág. 1128) es una de las estadísticas utilizadas para discriminar entre los coeficientes de autocorrelación significativos de aquellos que tan solo resultan diferentes de cero debido al error muestral comentado.

En el gráfico 5 se presenta la función de autocorrelación correspondiente a la serie transformada con $I) = 1$ y $s = 12$. Igualmente aparece —en forma punteada— los rangos de significación de los coeficientes de autocorrelación con base en la fórmula de Barlett aplicada para los rezagos 1 -12, 13 - 24 y 25 - 36 de acuerdo con el procedimiento sugerido por Nelson (34). Se observa claramente que los únicos coeficientes significativos son los correspondientes a los retrasos 1, 2 y 12. De acuerdo con las reglas generales de B-J presentadas anteriormente, el modelo que mejor describe el comportamiento de la serie de precios es en primer lugar de tipo autorregresivo.

A fin de captar la información de tipo estacional suministrada por la función de autocorrelación, B-J también ha establecido algunas reglas de carácter general análogas a las descritas para los procesos no estacionarios, con la única diferencia de que los coeficientes de autocorrelación significativos están separados en un número de rezagos correspondientes al período de estacionalidad. En el gráfico 5 se aprecia que el único coeficiente significativo, aparte de los ya comentados, es el correspondiente al rezago 12; lo cual indica la existencia de un componente estacional de promedio móvil. Si hubiera sido autorregresivo los valores de los coeficientes en los rezagos múltiplos de 12 (24 y 36 en este caso) también lo hubieran sido con una tendencia decreciente (35).

Combinando los resultados anteriores se tiene que el modelo más adecuado para describir el proceso generador del movimiento de los precios es una ecuación autorregresiva con un componente estacional de promedio móvil de la forma:

$$\phi_p(B) \cdot (1-B^{12}) (1-B) Z_t = \theta_{qs} (B^{12}) \cdot \sigma_t \quad (6)$$

En cuanto al grado de los polinomios se debe acudir a la información que suministra la función de autocorrelación parcial. En el gráfico 6 aparece dicha función. Como allí se observa, los únicos coeficientes significativos corresponden a los rezagos 1 y 12. Esta información define el grado del proceso autorregresivo y confirma la presencia del proceso de promedio móvil estacional. Por consiguiente, tenemos la forma final del modelo:

$$(1-\phi B) (1-B^{12}) (1-B) Z_t = (1-\theta_s B^{12}) \sigma_t \quad (7)$$

Con esta ecuación se procede a la estimación de los parámetros.

(32) Véase Thompson, H. E. y G. C. Tiao, nota 2, p.8. Nótese que esto equivale a suponer que la serie original no es estable, pero que sus variaciones porcentuales sí lo son.

(33) A fin de buscar un comportamiento más acorde con la característica de estabilidad, se tomaron las segundas diferencias de los datos transformados. Los resultados indican que la serie ya presenta un comportamiento estable y que el problema de escala se ha reducido prácticamente en su totalidad. Sin embargo la función de autocorrelación no presenta ningún patrón definido lo cual hace imposible identificar cualquier modelo.

(34) Nelson, Capítulo 5.

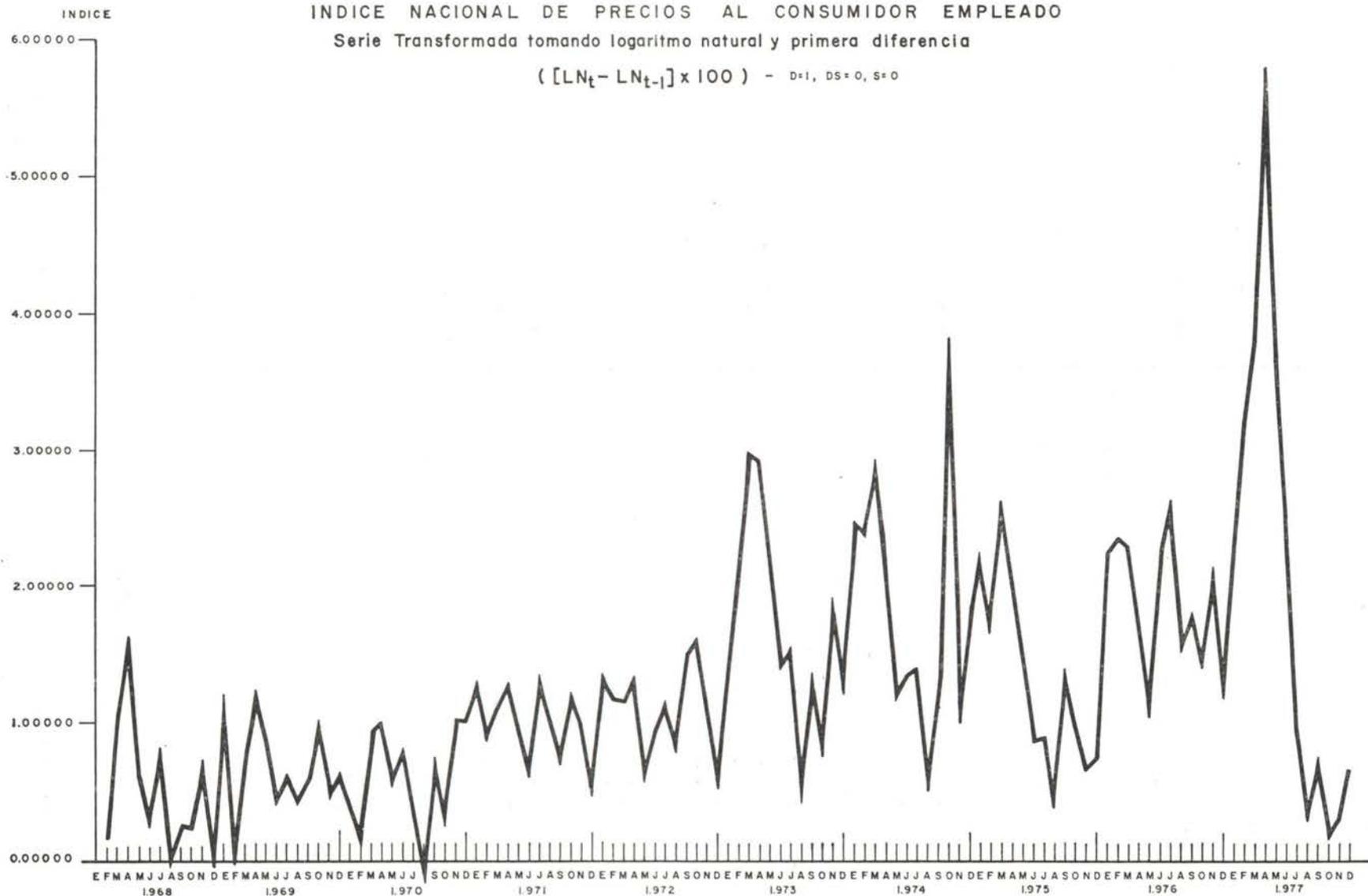
(35) Idem, Capítulo 7.

AGOSTO 1978

INDICE NACIONAL DE PRECIOS AL CONSUMIDOR EMPLEADO

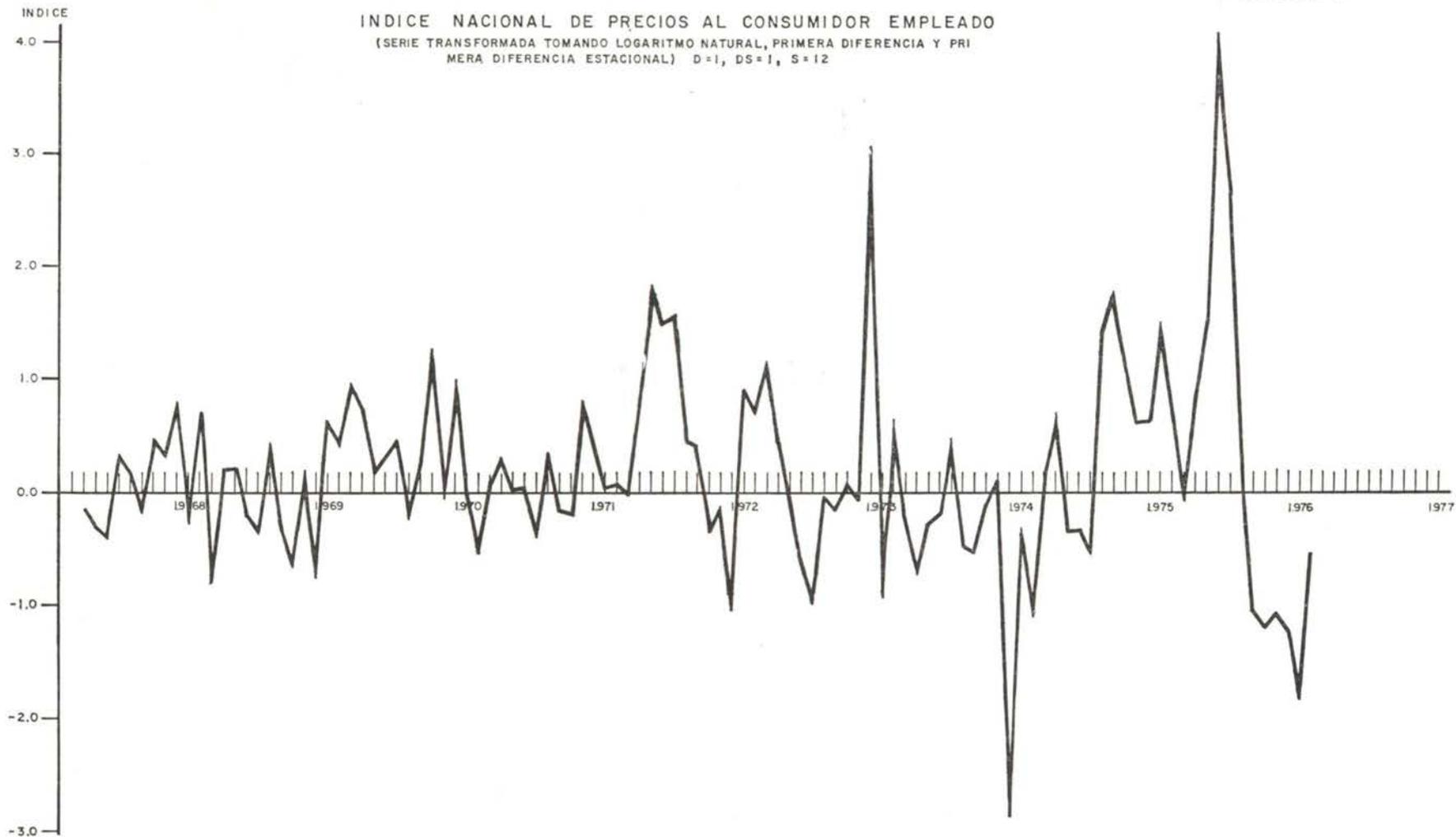
Serie Transformada tomando logaritmo natural y primera diferencia

$$([LN_t - LN_{t-1}] \times 100) - D=1, DS=0, S=0$$

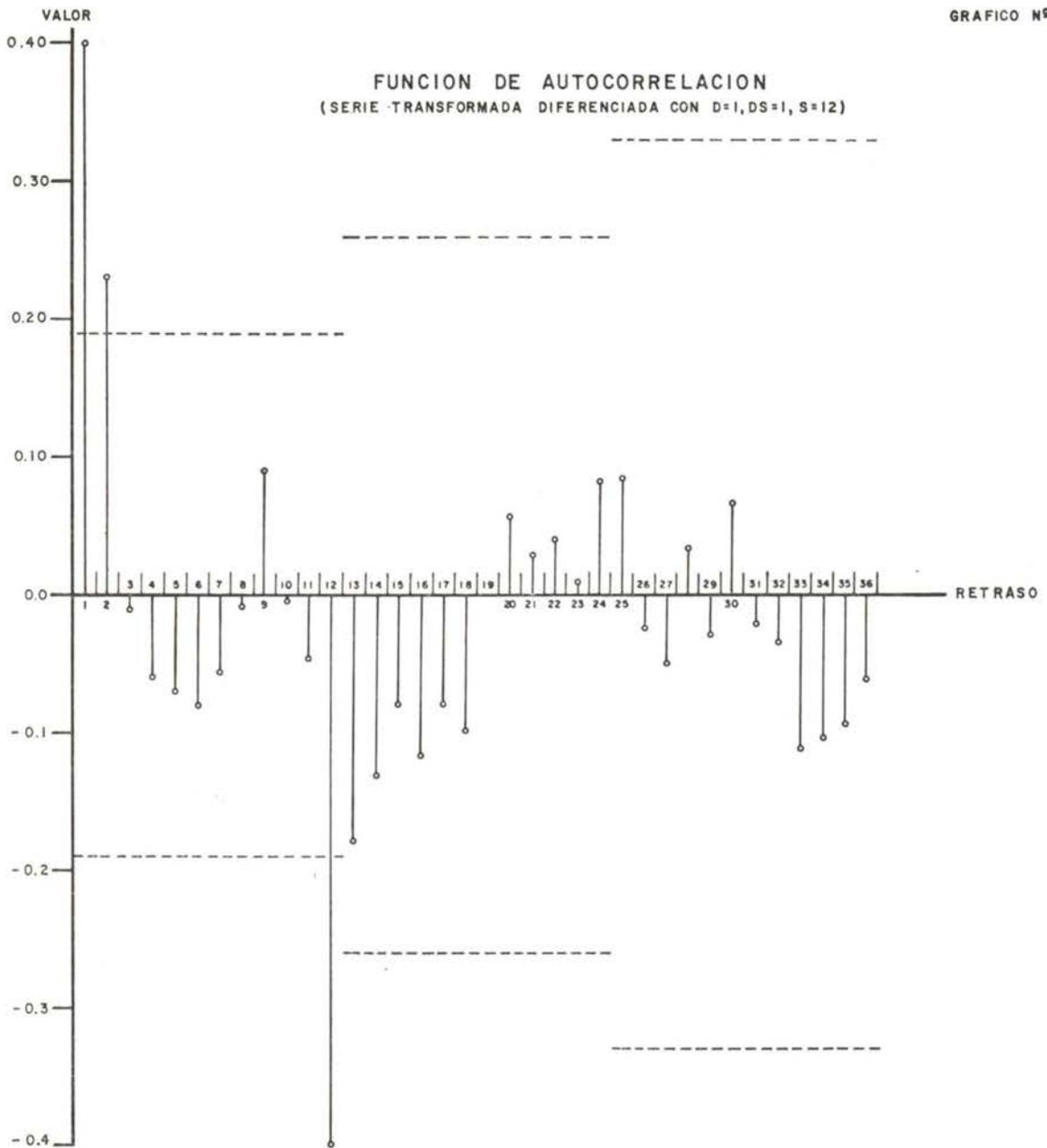


1133

INDICE NACIONAL DE PRECIOS AL CONSUMIDOR EMPLEADO
(SERIE TRANSFORMADA TOMANDO LOGARITMO NATURAL, PRIMERA DIFERENCIA Y PR
MERA DIFERENCIA ESTACIONAL) $D=1$, $DS=1$, $S=12$



AGOSTO 1978



b) Estimación de los parámetros

La búsqueda de los parámetros de la ecuación que minimizan la suma de los cuadrados de los errores se realizó dos veces, la primera con la serie de 120 observaciones utilizada en la etapa de identificación; posteriormente se añadió la información correspondiente a los seis primeros meses de 1978 y se obtuvieron nuevos parámetros (36). Los resultados de las dos estimaciones se presentan a continuación,

pero debe advertirse que en cada caso las transformaciones y diferenciaciones hechas a la serie, reducen el número de términos a 107 y 113, respectivamente.

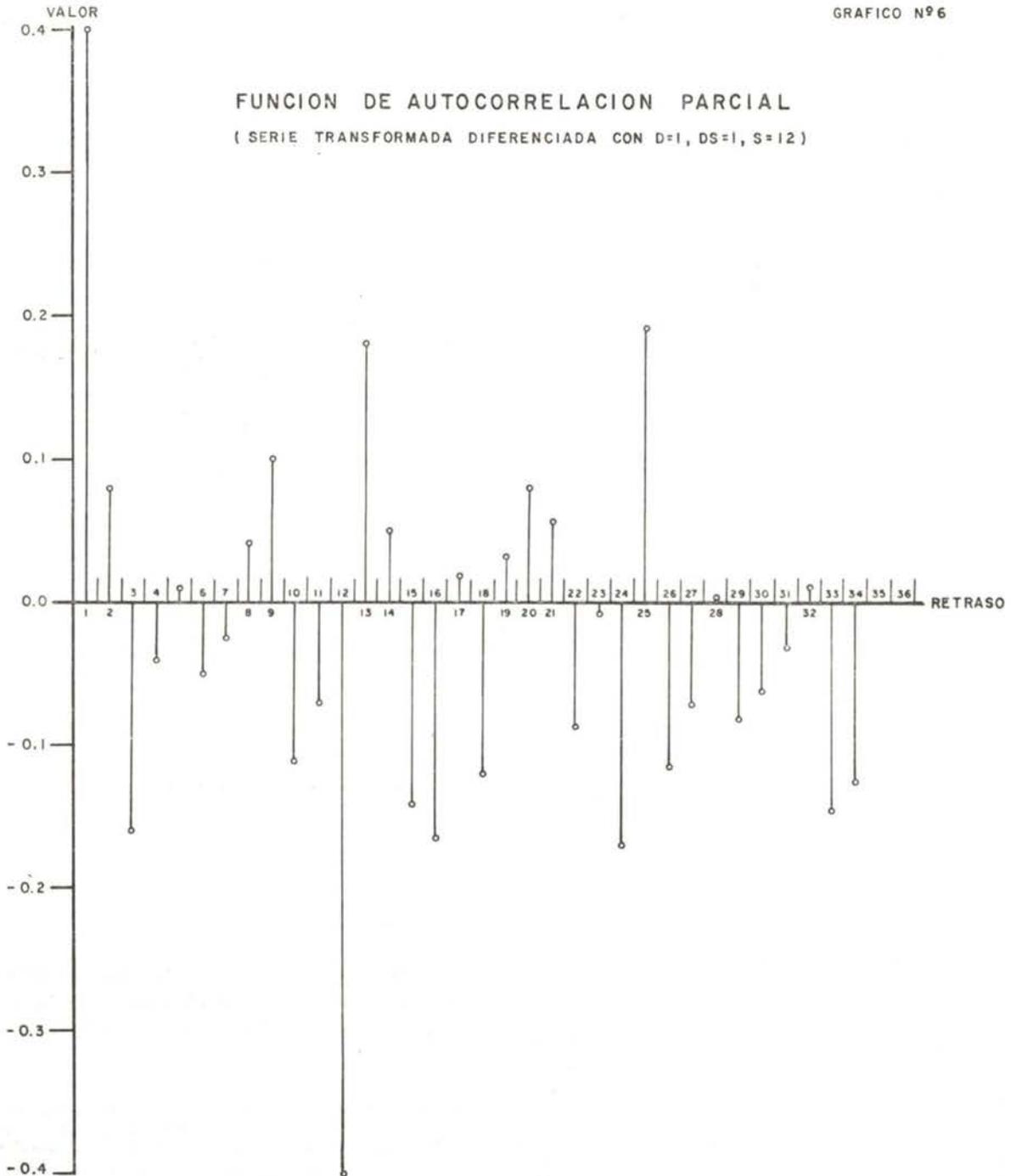
(36) En realidad se había realizado antes una primera estimación que anulaba el parámetro autorregresivo, al darle un valor de cero. Se repitió la estimación bajo la hipótesis de que este resultado se debía a la existencia de un mínimo relativo en la función, lo cual se comprobó al encontrar valores diferentes a cero para ϕ

CUADRO 1

N	ϕ	θ_s	$\frac{\sum e_t^2}{N}$	$\sigma_{z_t}^2$	$\sigma_{\theta_t}^2$
107	0.669524 (0.070713)	0.833758 (0.035176)	0.448784×10^{-4}	0.865198×10^{-4}	0.422282×10^{-4}
118	0.645057 (0.0717625)	0.858275 (0.033391)	0.468446×10^{-4}	0.105969×10^{-3}	0.431666×10^{-4}

Nota: Los valores entre paréntesis corresponden a la desviación standard de cada parámetro.

GRAFICO N°6



Si se trata de la misma serie y el mismo modelo, puede preguntarse por qué seis datos nuevos producen estas diferencias. La causa es la sensibilidad del modelo, pues si se ha logrado identificar aquel que recoge la mayor información posible del pasado de la variable, cualquier información adicional, por pequeña que sea, debe afectarlo. En otras palabras,

$$(1-0.645057B)(1-B^{12})(1-B)Z_t = (1-0.858275B^{12}) \cdot a_t \quad (8)$$

o también

$$(1-0.645057B) [(Z_t - Z_{t-1}) - (Z_{t-12} - Z_{t-13})] = a_t - 0.858275 \cdot a_{t-12} \quad (9)$$

Para el paso siguiente, la comprobación del ajuste del modelo, se emplearon dos criterios: el análisis de la serie residual y la relación entre las varianzas de esta y la serie transformada. Como se anotó en la sección anterior, si el modelo es apropiado y extrae toda la información posible de la serie, entonces la serie de los residuos (e_1, \dots, e_n) debe presentar las características de una sucesión de números aleatorios cuyo valor esperado es igual a 0. "Al examinar la función de autocorrelación de la serie residual no deben encontrarse valores significativamente diferentes de cero, pues esto quiere decir que se está desperdiciando información para hacer las proyecciones" (37).

La prueba χ^2 realizada con el estadístico Q no permite rechazar la hipótesis de independencia residual, pues el valor de este, 38.83, no es mayor que el de χ^2 con 38 grados de libertad a un nivel de significación de 5% (53.40). La misma conclusión se obtuvo para la primera estimación, en la que el valor Q era 30.82.

Por su parte, la relación de varianza es el cociente entre la varianza residual (variación de la serie no incluida dentro del modelo), y la serie transformada. Entonces, puede interpretarse como una medida del porcentaje de variación de la serie no captada por el modelo. Para la serie de 120 datos, este cociente es 0.488076 y para la segunda estimación 0.40732, es decir que los parámetros obtenidos en esta última captan mejor la variación de la serie.

Una última anotación importante: la varianza de los residuos se ve afectada por el comportamiento atípico de los precios durante 1977, pues como se sabe durante este año se presentaron los aumentos mensuales más elevados registrados en el período (marzo, abril y mayo) y una estabilidad casi total en el segundo semestre. El efecto de este comportamiento es una mayor dispersión de los residuos correspondientes, pues la diferencia entre el valor

las diferencias encontradas entre los parámetros no solo no cuestionan el modelo identificado, sino que son un indicativo de su proximidad al proceso poblacional.

Tomando los parámetros de la estimación realizada con 126 observaciones originales la ecuación (7) se puede escribir así:

observado y el estimado se hace más grande. Lógicamente esto tiene repercusiones sobre el ajuste del modelo, y por eso al incluir la información de los seis primeros meses de 1978 pierden importancia las observaciones de 1977.

c) Proyecciones

El objetivo de las dos etapas anteriores es fundamentalmente permitir efectuar proyecciones de la evolución futura de los precios con la mayor precisión posible.

Como ya se señaló, "es claro que la calidad de las proyecciones está directamente relacionada con el grado en que el modelo estimado representa el proceso generador de las observaciones" (38) y por lo tanto, están sujetas a error tanto muestral como de especificación.

Utilizando la ecuación (8), se obtienen proyecciones hacia adelante y hacia atrás. El sentido de las primeras es evidente. Las segundas equivalen a simulaciones de observaciones pasadas que al compararse con los valores reales correspondientes permiten evaluar la capacidad predictiva del modelo. Las simulaciones se pueden hacer de dos maneras: a) con un paso de adelanto (proyecciones desde la observación inmediata anterior); la diferencia entre el valor proyectado y el valor observado corresponde al error de proyección. b) Desde un punto fijo incorporando las proyecciones hechas para los meses anteriores como si se tratara de valores observados.

La ventaja de estas dos formas es estimar diferentes valores para cada mes dependiendo del origen de la proyección. Por ejemplo, para el mes de diciembre de 1977 se cuenta con nueve proyecciones

(37) Véase Sala R., "Metodología Box-Jenkins", Mimeo, U. de los Andes, 1976, p. 39.

(38) Sala, Ricardo, *op. cit.*, p. 40.

diferentes, la primera hecha desde marzo de 1977, la segunda desde abril y así sucesivamente hasta noviembre. En este caso concreto se aprecia claramente que las proyecciones hechas desde los meses de marzo, abril y mayo sobrestiman en forma sustancial el valor observado del índice para el mes de diciembre. Estas discrepancias son explicables si se

recuerda el comportamiento atípico de los precios en ese semestre de 1977.

Las proyecciones puntuales y los límites superior e inferior del intervalo de confianza con una probabilidad del 90%, efectuadas a partir de los meses de mayo y junio se presentan en el cuadro 2 y en el gráfico 7.

CUADRO 2

Proyección del índice nacional de precios al consumidor - empleatos, desde mayo y junio de 1978

	Observaciones	Valor observado	Mayo			Junio		
			Proyección	Límite inferior	Límite superior	Proyección	Límite inferior	Límite superior
1977—Abril	112	1.545.8	1.510	1.490	1.530	—	—	—
Mayo	113	1.603.7	1.600	1.590	1.620	—	—	—
Junio	114	1.644.6	1.640	1.630	1.660	—	—	—
Julio	115	1.660.1	1.680	1.660	1.700	—	—	—
Agosto	116	1.665.0	1.670	1.650	1.680	—	—	—
Septiembre	117	1.677.4	1.680	1.670	1.700	—	—	—
Octubre	118	1.680.0	1.690	1.680	1.710	—	—	—
Noviembre	119	1.685.2	1.690	1.670	1.710	—	—	—
Diciembre	120	1.696.1	1.690	1.670	1.710	—	—	—
1978—Enero	121	1.719.1	1.720	1.700	1.740	—	—	—
Febrero	122	1.748.1	1.740	1.720	1.760	—	—	—
Marzo	123	1.803.3	1.780	1.760	1.800	—	—	—
Abril	124	1.829.4	1.870	1.840	1.890	—	—	—
Mayo	125	1.869.1	1.850	1.830	1.870	—	—	—
Junio	126	1.914.6	1.900	1.880	1.920	—	—	—
Julio	127	—	1.920	1.880	1.970	1.950	1.930	1.970
Agosto	128	—	1.940	1.880	2.000	1.970	1.930	2.010
Septiembre	129	—	1.609	1.880	2.040	2.000	1.930	2.060
Octubre	130	—	1.980	1.880	2.080	2.020	1.940	2.110
Noviembre	131	—	2.000	1.880	2.120	2.040	1.940	2.150
Diciembre	132	—	2.010	1.880	2.150	2.060	1.940	2.180
1979—Enero	133	—	2.040	1.900	2.200	2.090	1.960	2.230
Febrero	134	—	2.080	1.920	2.250	2.130	1.980	2.290
Marzo	135	—	2.110	1.940	2.300	2.160	2.000	2.340
Abril	136	—	2.160	1.970	2.360	2.210	2.030	2.410
Mayo	137	—	2.190	1.990	2.410	2.250	2.050	2.460
Junio	138	—	2.220	2.010	2.460	2.280	2.070	2.510
Julio	139	—	2.250	2.020	2.500	2.300	2.080	2.550
Agosto	140	—	—	—	—	2.320	2.080	2.580

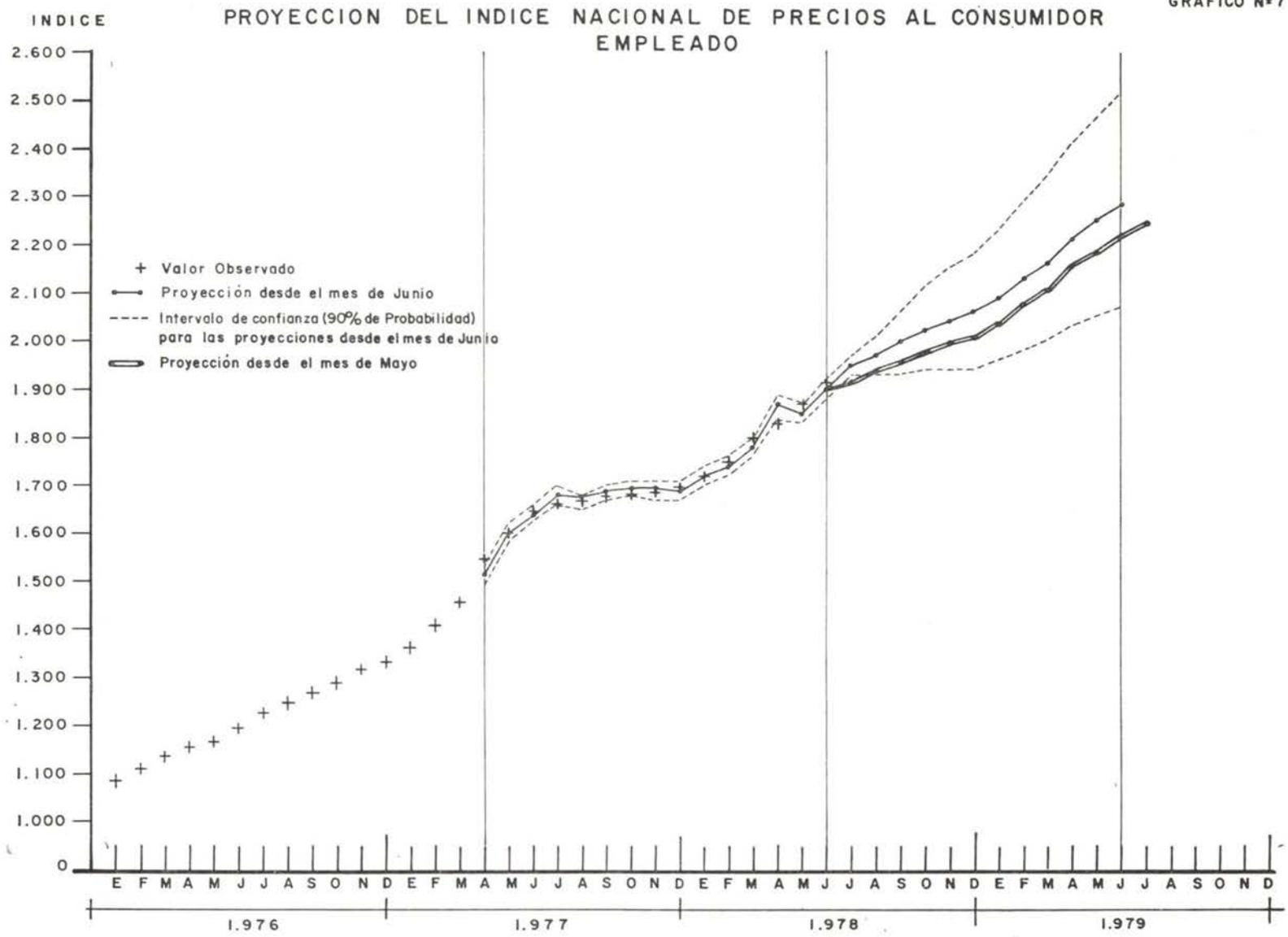
Como puede verse en el gráfico 7 las proyecciones hechas hacia atrás son de gran precisión y el rango del intervalo de confianza entre 2 y 3%. En cuanto a las extrapolaciones es notorio el aumento en la amplitud del intervalo de confianza unos pocos meses después del último valor observado. Por ejemplo el rango para diciembre es de 11,7%, es decir la precisión se reduce notablemente a medida que se adelanta en el tiempo. De lo anterior se deduce que este método de proyección solo es aconsejable para el muy corto plazo.

Una dificultad adicional radica en el punto de origen de las proyecciones, pues la variación del índice de precios en el mes de junio de este año se aparta de su comportamiento tradicional en los años anteriores al ciclo de bonanza cafetera. El incremento de 2,4% registrado para este mes fue superior a lo que se podría esperar del comportamiento histórico. El modelo había proyectado una variación

de 1,7%. Este sesgo en un proceso autorregresivo se refleja en una sobreestimación del valor proyectado para julio (1,8%). Es de esperarse que en julio el aumento efectivo en los precios sea menor. De acuerdo con esto la proyección hecha con base en las variaciones de un mes más "típico", como por ejemplo mayo, conducen a una estimación inferior para julio (1,1%) *.

Lo anotado en el párrafo anterior también se aplica para las proyecciones posteriores. Así, para diciembre la realizada desde junio es de 21,5% en año completo, mientras la efectuada desde mayo es de 18,5%. La diferencia entre los estimativos crece a medida que se adelanta en el tiempo (0,7 en julio

* La variación efectiva para el mes de julio, conocida cuando ya se había concluido este trabajo, fue todavía más baja (0,2%), lo cual puede atribuirse a la baja presentada en el renglón de alimentos. Sin embargo este comportamiento es extraño, pues la reducción de precios de los alimentos se había presentado siempre en el mes de agosto.



y 3,0 en diciembre), debido al efecto multiplicativo del error de proyección cuando se involucra como un valor real uno proyectado con sesgo. En consecuencia parecen más confiables las proyecciones realizadas a partir del mes de mayo.

Una última anotación para evaluar la probabilidad de las proyecciones para un mes determinado, es el grado de dispersión alrededor de la variación media para cada mes. El cuadro 3 presenta el promedio de variación porcentual del Índice Nacional de Precios al Consumidor-Empleados, para los doce meses y sus respectivas varianzas. Estas últimas son la medida ordinaria del grado de dispersión y se pueden interpretar en un sentido probabilístico, como un indicativo de la posible desviación de una variable de su valor típico. Como las proyecciones obtenidas con la metodología de Box-Jenkins son valores esperados condicionales, que dependen exclusivamente del pasado de la serie, el margen de error será más grande para aquellos meses de mayor varianza, en este caso, marzo, abril y octubre.

CUADRO 3

Variación promedio (\bar{X}) y varianza σ_x^2 del índice nacional de precios al consumidor, empleados:

	\bar{X}	σ_x^2
Enero	1,68	0.47
Febrero	1,76	0.84
Marzo	2,37	1.13
Abril	2,24	2.37
Mayo	1,57	1.01
Junio	1,48	0.59
Julio	1,17	0.56
Agosto	0,58	0.29
Septiembre	1,20	0.17
Octubre	1,29	1.38
Noviembre	1,14	0.39
Diciembre	0,95	0.23

Fuente: Banco de la República, y cálculos de los autores.

V — CONSIDERACIONES FINALES

¿Qué aporta el análisis anterior para la comprensión de la dinámica de la inflación en el caso colombiano? A pesar de que el método empleado está fundamentalmente diseñado para efectuar proyecciones y no tiene pretensiones explicativas, sí aporta algunos elementos para tal fin. El más importante está relacionado con la inercia propia de la serie del índice de precios planteada por Tobin.

La existencia de un componente autorregresivo parecería proveer alguna evidencia a favor de esta hipótesis, pero debe tomarse con cautela, pues el caso colombiano presenta peculiaridades. En primer lugar debe entenderse en su contexto el significado preciso de la "inercia propia" de la serie. Según Tobin esto quiere decir que aun cuando la velocidad de la inflación puede cambiar, se necesita un estímulo

muy fuerte para reducir de manera significativa y rápida el patrón inflacionario ya establecido (39).

En la economía estadounidense esta inercia es particularmente característica de los precios de los bienes producidos en lo que Galbraith denomina "el sector planificado". Por supuesto no se trata de planificación central, sino de aquellos sectores en donde rige la modalidad de precios administrados, los cuales responden de manera lenta a la competencia. Dado que este tipo de industrias son predominantes en el mercado norteamericano y que sus bienes y servicios tienen un peso importante en el índice nacional de precios, se explica el planteamiento anterior.

En el caso colombiano los sectores industriales con precios administrados han venido aumentando su participación en el Producto Nacional durante los últimos veinticinco años y se podría esperar un comportamiento análogo al descrito en el párrafo anterior. Sin embargo, el índice nacional de precios, construido a comienzos de la década de los años cincuenta, refleja la estructura de los mercados y la canasta familiar de aquella época. Esta desactualización en las ponderaciones de los componentes del índice, lo hace más sensible a cambios ocurridos en otros sectores de la economía. El caso más claro es el de la elevada participación del renglón "Alimentos" (40%) dentro de la canasta de bienes y servicios del consumidor, empleados, a nivel nacional. Como se sabe los precios de los productos incluidos en este renglón responden más a las fuerzas de la competencia, especialmente del lado de la oferta. En consecuencia, su comportamiento reflejará más la presencia de factores estacionales y climáticos, que una tendencia autosostenida, con lo cual el índice distorsiona las expectativas de inflación del público.

En segundo lugar, Tobin reconoce dos conjuntos de factores que afectan la tasa de inflación interna (40):

a) La ocurrencia de fenómenos impredecibles y esporádicos que se presentan en mercados particulares tanto de bienes, como de factores.

b) La presión que ejerce en un momento dado la demanda agregada frente a la capacidad de producción de la economía. Es sobre esta fuente de aceleración de la inflación que puede actuar el gobierno mediante medidas de política fiscal y monetaria.

El primer conjunto de factores puede llevar a desviaciones más bien temporales de lo que podría considerarse como una evolución "normal" de los precios. Este comportamiento prácticamente aleatorio es im-

(39) Existe una asimetría en este comportamiento, pues es mucho más difícil reducir la tasa de inflación que aumentarla.

(40) Op. cit., p. 9.

posible de predecir y se ve reflejado en los componentes del promedio móvil del modelo (41).

El balance global entre la oferta y la demanda agregada para un nivel dado de utilización de la capacidad productiva de la economía ciertamente ejercerá una influencia mucho más permanente sobre el comportamiento del ritmo de inflación, incidiendo en la forma como se establecen los márgenes de utilidad de las empresas por encima de sus costos. Las medidas de política que se tomen afectarán este equilibrio. Por el lado fiscal las restricciones presupuestales al gasto público, aplicadas durante períodos de rápido crecimiento del consumo privado, son un ejemplo del impacto contraccionista que puede ejercer el gobierno; la reducción de la inversión pública en los últimos años es el caso más claro de esta política. Desde el punto de vista monetario abundan los ejemplos de medidas contraccionistas, tanto a nivel primario como secundario.

En resumen puede afirmarse que el comportamiento de los precios en Colombia presenta un patrón autorregresivo, según el cual el pasado de la serie condiciona su evolución futura. Sin embargo las observaciones hechas sobre las deficiencias del índice de precios y la influencia de las decisiones de política sobre este, alteran la autonomía de la serie introduciendo perturbaciones aleatorias.

VI — CONCLUSIONES

En el presente estudio se examinó el comportamiento de la serie del Índice Nacional de Precios al Consumidor - Empleados, durante los últimos diez años, con el fin de identificar y estimar mediante el empleo de la metodología desarrollada por Box y Jenkins, un modelo que describa lo más exactamente posible el proceso generador de las observaciones de la serie. Una vez ajustada la ecuación correspondiente se procedió a efectuar algunas proyecciones.

Los resultados obtenidos indican que el modelo más adecuado es uno autorregresivo y de promedio móvil estacional, identificado no a partir de los datos originales sino de la serie transformada mediante logaritmos y primeras diferencias ordinaria y estacional ($D = 1$, $D_s = 1$, $S = 12$).

No es posible una interpretación directa de este modelo (ni de los modelos ARIMA en general) que permita establecer, desde un punto de vista teórico, las razones por las cuales la serie incluye un componente autorregresivo de orden 1 y uno de promedio móvil con estacionalidad de doce meses. Sin embargo la identificación de estos permite adelantar algunas hipótesis sobre la evolución de los precios en Colombia.

El parámetro autorregresivo es indicio de una tendencia autosostenida en el ritmo de inflación (véase Sección V). El otro componente no es tan claro, pues a primera vista se esperaría que la estacionalidad de los alimentos, se reflejara en un parámetro autorregresivo estacional; la presencia de un componente de promedio móvil en lugar de este, significa que sobre la variación de un mes determinado solo influye el impacto aleatorio del mismo mes un año atrás. Puede verse en este resultado la influencia de las políticas coyunturales —impactos aleatorios— que tratan de suavizar el ciclo de la oferta agregada.

Es importante recalcar que el método de proyección presentado en este estudio no es un simple procedimiento mecánico, sino que requiere la intervención del investigador en cada una de sus etapas, particularmente en la identificación del modelo y en las proyecciones que con él se hagan. Estas últimas no pueden tomarse indiscriminadamente sin una evaluación previa de su confiabilidad, hecha fundamentalmente con base en las peculiaridades de la serie que se estudia. La subjetividad de esta evaluación no es de ninguna manera una desventaja del método, pues permite involucrar criterios cualitativos no contemplados en la historia de la serie, pero que sin embargo la están condicionando.

Desde el punto de vista del análisis económico el valor relevante de la variable precios no es tanto su realización *ex-post* como las expectativas con base en las cuales el público toma sus decisiones. En este campo los modelos ARIMA también pueden ser útiles. Es cierto que la gente no forma sus expectativas de inflación únicamente a partir de simples extrapolaciones de la serie de precios, pero estas ciertamente son un componente esencial en la formulación de aquellas. Es decir, muchas de las variables de la economía (salarios, ajuste de impuestos y de algunos activos financieros, etc.) tienen como referencia el comportamiento observado del índice de precios, por lo cual este es un factor que entra a retroalimentar el movimiento futuro de los precios en la economía. Así se justifica la utilización de las proyecciones obtenidas como una aproximación a las expectativas del curso probable de la variable.

Respecto a la metodología empleada cabe hacer los siguientes comentarios:

a) Desde un punto de vista teórico es claramente limitada pues no tiene ninguna capacidad explicati-

(41) Recuérdese que en los procesos de promedio móvil (MA) el valor actual de la variable depende del influjo ponderado de los impactos aleatorios del pasado.

va, al seguir un procedimiento puramente inductivo. Sin embargo los modelos ARIMA tienen fundamentos estadísticos más sólidos que los análisis de regresión.

b) El criterio fundamental para identificar los modelos ha sido criticado desde un punto de vista estadístico por la pobreza de la función de autocorrelación muestral como estimativo de la poblacional (42).

c) En el caso particular de la presente serie se evidencia la dificultad del método para permitir la identificación de distintos patrones de comportamiento en períodos relativamente cortos, como se hace en el análisis de regresión con las variables *dummy*. Por ejemplo los últimos tres años difieren sustancialmente del resto de la década analizada. Esto puede contribuir a explicar la inestabilidad encontrada en las proyecciones.

d) Una de sus ventajas indudables es la economía de información y la facilidad para realizar proyec-

ciones de corto plazo, tan escasas en el caso colombiano.

Finalmente, el estudio realizado plantea algunas inquietudes que pueden ser objeto de investigaciones posteriores. La primera y más obvia es la identificación y estimación de modelos para las series que conforman el índice nacional de precios al consumidor, especialmente el renglón "alimentos". También sería de interés analizar la serie del índice de precios al por mayor y sus componentes. Ambos estudios pueden arrojar luces sobre la dinámica de la inflación. En segundo lugar, se debe avanzar en el tratamiento conjunto de diversas series, con el ánimo de establecer las posibles relaciones de causalidad existentes. Por ejemplo, pueden relacionarse las series de dinero (bien sea M_1 u otras definiciones más amplias) y precios; las series de movimientos de la tasa de cambio y los precios, etc.

(42) Nerlove, M. "On the structure of Serial Dependence in some U. S. Price Series". *The Econometrics of Price Determination: Conference*, Washington, 1970.

LEY DEL CONGRESO NACIONAL

Emisión de monedas de oro y plata para fines conservacionistas

LEY 9 DE 1978
(agosto 4)

por la cual se autoriza una emisión especial de monedas de oro y plata para fines conservacionistas.

El Congreso de Colombia

DECRETA:

Artículo 1º Autorízase al gobierno nacional para realizar, a través del Banco de la República, una emisión especial de monedas de oro y plata de curso legal y de circulación en Colombia, de tipo conmemorativo y para fines conservacionistas de la naturaleza y preservación de las especies animales y vegetales en peligro de extinción en el país. Tales monedas podrán distribuirse en el exterior con fines numismáticos.

Artículo 2º La Junta Monetaria reglamentará las características y el monto de la emisión y fijará las condiciones de venta de las monedas. La ley, peso, tipo y denominación de las monedas cuya emisión se autoriza, deberán guardar relación con el precio internacional del oro y la plata.

Artículo 3º El gobierno acordará con el Banco de la República la manera como se efectuará la distribución y venta en el país y en el exterior de las monedas de oro y plata que se emitan en los términos de esta ley.

Los contratos o convenios que el Banco de la República celebre para la acuñación, distribución y venta de las monedas se harán de acuerdo con los precedentes y las reglamentaciones que al efecto señale la Junta Monetaria y solo requerirán para su validez la aprobación del presidente de la República, previo concepto favorable del Consejo de Ministros.

Artículo 4º Las utilidades o beneficios económicos que se perciban por la acuñación y venta de estas monedas serán destinados por el gobierno a la financiación de proyectos y programas

para la enseñanza, capacitación e investigación sobre el establecimiento y manejo de parques nacionales y la adquisición de materiales y equipo para la conservación, protección y defensa de los recursos naturales y la preservación de las especies animales y vegetales en peligro de extinción en el país.

Artículo 5º Para la efectividad de los fines propuestos, el gobierno, a través del Instituto de los Recursos Naturales —INDERENA— y de la Sociedad Colombiana de Ecología y demás organismos nacionales afines, proyectará, coordinará y acordará, con la asesoría de las organizaciones o entidades internacionales cuya finalidad es la conservación de la fauna y las zonas naturales, la preparación y ejecución de los proyectos y programas por realizar en el país con los recursos obtenidos por la emisión, acuñación y venta de las monedas objeto de esta ley.

Artículo 6º Esta ley regirá desde su sanción.

Dada en Bogotá, D. E., a los veinticinco días del mes de julio de mil novecientos setenta y ocho.

El presidente del Senado,

Guillermo Plazas Alcázar

El presidente de la Cámara de Representantes,

Jorge Mario Eastman

El secretario general del Senado,

Amaury Guerrero

El secretario general de la Cámara de Representantes,

Jairo Morera Lizcano

República de Colombia - Gobierno nacional
Bogotá, D. E., 4 de agosto de 1978.

Publíquese y ejecútese,

ALFONSO LOPEZ MICHELSEN

El ministro de Hacienda y Crédito Público,

Alfonso Palacio Ruda