

*I*  
*TEMA SOBRE*  
*ESTABILIDAD*  
*FINANCIERA*

---

# METODOLOGÍA DE VALORACIÓN *OPTION ADJUSTED* *SPREAD* (OAS) PARA TÍTULOS GARANTIZADOS CON HIPOTECAS

*Por: Jimmy Martínez Correa\**

La crisis del sistema financiero colombiano de 1998 a 2001 evidenció las vulnerabilidades propias de un sistema, con una transformación de plazos que generaba grandes exposiciones tanto a riesgos de tasa de interés como de liquidez. Con respecto a este último, la salida de capitales ocurrida entre 1998 y 1999 se tradujo en caídas en los niveles de depósitos y en incrementos de los costos financieros de los bancos especializados en crédito hipotecario (BECH) que afectaron su rentabilidad<sup>1</sup>. En cuanto al primero, el cálculo

de la UPAC, que estaba referido en un 75% a la DTF durante sus últimos años de vigencia, permitió atenuar el riesgo de descalce de los BECH transfiriéndoselo a los deudores hipotecarios<sup>2</sup>. Lo anterior, sumado al proceso de sobreendeudamiento de los hogares de la primera mitad de los años noventa, el incremento en la tasa de desempleo, la disminución del crecimiento económico, la reducción del precio de los activos y el incremento de las tasas de interés a niveles históricamente altos, inducidos por el aumento en las expectativas

---

\* Profesional del Departamento de Análisis y Estabilidad Financiera del Banco de la República. El autor agradece a Camilo Zea, Diego Vásquez y Andrés Restrepo su valiosa ayuda y comentarios. Igualmente, se agradece a la Titularizadora Colombiana S. A la provisión de datos. Las opiniones contenidas en este artículo son de la responsabilidad del autor y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

<sup>1</sup> El efecto de estos costos financieros sobre la rentabilidad no fue mayor gracias a que los ingresos por intereses compensaban parcialmente el incremento en los costos de captación.

<sup>2</sup> Al tener la DTF una alta ponderación en el cálculo de la UPAC, los bancos cubrían el aumento en los costos financieros por incrementos en tasas con un aumento en el recaudo de intereses. De esta manera, los deudores cubrían a los bancos ante el riesgo de tasa de interés.

---

de depreciación del tipo de cambio real, exacerbaron el riesgo crediticio que profundizó la crisis.

Ante esta situación, el Gobierno presentó al Congreso de la República un proyecto de ley marco para rediseñar el sistema de financiación de vivienda. Este proyecto se convirtió en la Ley 546 de 1999. Entre los grandes cambios que produjo esta ley se encuentran los siguientes: se eligió una unidad de valor real (UVR) completamente referida al índice de precios al consumidor (IPC) para reemplazar la UPAC; se prohibió la capitalización de intereses; se creó el Fondo de Estabilización de Cartera Hipotecaria (FRECH)<sup>3</sup> de manera temporal para mitigar el riesgo de tasa de interés al que siguen expuestos los bancos al no captar en UVR y a plazos largos, mientras se realiza la transición a un esquema de fondeo en el mercado de capitales; se impusieron tasas máximas remuneratorias a las tasas hipotecarias de vivienda de interés social (VIS) por un año; se autorizaron los prepagos sin penalización alguna y se reglamentó la titularización de cartera y la emisión de bonos hipotecarios.

Tanto la emisión de bonos hipotecarios como la titularización son cambios de vital importancia, dado que permite que los BECH se calcen tanto en plazos como en tasas al financiar créditos de largo plazo con pasivos de igual plazo y una misma denominación. Actualmente, la titula-

rización de cartera es el mecanismo más usado. Hasta la fecha se ha titularizado aproximadamente el 25% de la cartera hipotecaria de los BECH. Además, recientemente se ha titularizado cartera vencida permitiéndoles a estas entidades limpiar sus balances, al tiempo que adquieren recursos para financiar créditos hipotecarios, circunstancia que demuestra el potencial de este mecanismo.

Sin embargo, los beneficios de la titularización evidencian un alcance mayor al considerar los efectos que ésta tiene sobre el mercado hipotecario secundario (MHS). Éste une el mercado de capitales con el hipotecario mediante la emisión de títulos respaldados por conjuntos de créditos hipotecarios. De hecho, un gran potencial de este mercado es tener la posibilidad de interactuar con el mercado internacional de capitales. Ello se entiende si se tiene en cuenta que uno de los hechos que caracterizaron la crisis asiática fue la dependencia de estos países con respecto a los préstamos internacionales de corto plazo, la cual genera graves problemas ante una pérdida de confianza en el país. Los inversionistas prefieren una inversión de corto plazo por falta de una buena garantía; por lo tanto, ellos prefieren tener la opción de disponer de una vía de escape rápida. EL MHS ofrece la vivienda como garantía, lo cual tiene la ventaja de conseguir recursos extranjeros a más largo plazo al ofrecer una garantía de este tipo.

---

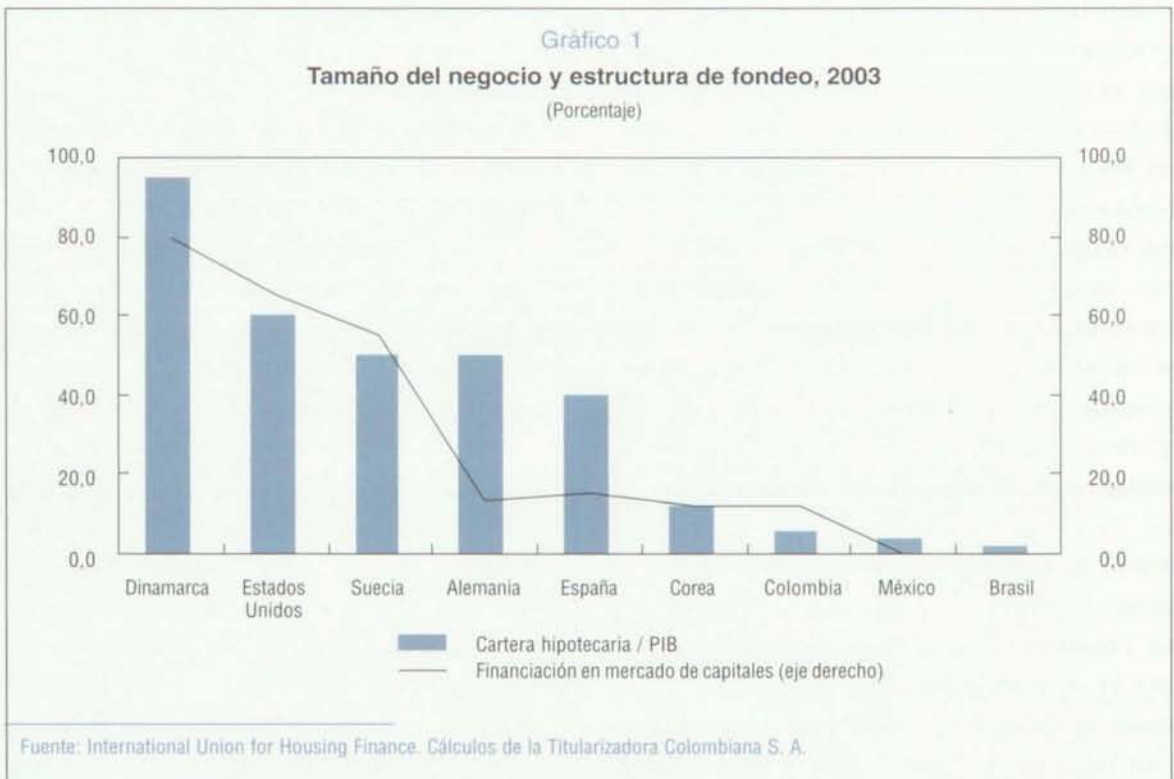
<sup>3</sup> Este mecanismo, si bien se creó con esta ley, sólo se comenzó a utilizar recientemente por un banco exclusivamente. Lo anterior nos permite afirmar que la mayor parte de la banca hipotecaria sigue totalmente expuesta al riesgo de tasa de interés.



Es importante resaltar que el tamaño considerable del negocio, medido como la cartera hipotecaria<sup>4</sup> sobre PIB, es evidencia del potencial de la titularización. De hecho, ésta representó en Colombia cerca del 6% del PIB en 2003 (Gráfico 1). Adicionalmente, la evolución positiva del MHS colombiano es prueba del potencial que posee la titularización. Por ejemplo, solo un año después de la primera subasta de títulos garantizados con hipotecas (TIPS) en Colombia, el financiamiento de vivienda en el mercado de capitales se encuentra al mismo nivel de países como Corea, España y Alemania, quienes financian entre el 12% y

el 15% de la cartera hipotecaria a través de titularizaciones y bonos hipotecarios (Gráfico 1)<sup>5</sup>. Como se observa en dicho gráfico, los países con mayor cartera hipotecaria como porcentaje del PIB son los que tienen mayor fondeo de largo plazo a través del mercado de capitales. Por tanto, en la medida que los bancos reemplacen su fondeo con depósitos de corto plazo por recursos de largo plazo, el sistema estará en capacidad de ofrecer más recursos para el financiamiento de vivienda.

Por otro lado, el MHS ayuda a diversificar mejor el riesgo inherente a este mercado



<sup>4</sup> La cartera hipotecaria incluye titularizaciones, y para el caso de Colombia, también incluye el Fondo Nacional del Ahorro.

<sup>5</sup> El porcentaje de financiación en el mercado de capitales se define como la razón entre la suma de bonos hipotecarios y titularizaciones y la cartera hipotecaria.

---

por medio de derivados que permiten asignarlo a diferentes clases de inversionistas de acuerdo con sus preferencias. En consecuencia, el MHS ayuda a profundizar el sistema financiero. En adición a lo anterior, este mercado mejora las posibilidades de financiación de largo plazo a los individuos interesados en la adquisición de vivienda. No obstante, para que el MHS pueda operar eficientemente, es de gran relevancia que los agentes involucrados en el mismo hagan estimaciones de los efectos de los riesgos inherentes al mercado en mención para lograr una correcta valoración de los activos que adquieren. Estos riesgos provienen principalmente de cuatro fuentes<sup>6</sup>:

- Riesgo de no pago: posibilidad de que los deudores no paguen su crédito hipotecario y por consiguiente, su flujo de caja se vea afectado.
- Riesgo de liquidez: el mercado hipotecario secundario tiende a tener menores niveles de liquidez, lo cual se ve reflejado en mayores *spreads*<sup>7</sup>.
- Riesgo de tasa de interés: como todo instrumento de deuda, los créditos hipotecarios registran movimientos en su precio opuestos a los movimientos en las tasas de interés.

- Riesgo de prepago: existe una incertidumbre a la hora de invertir en hipotecas introducida por la posibilidad de que los deudores de hipotecas anticipen pagos a los inicialmente establecidos por el contrato. Lo anterior se traduce en incertidumbre en el flujo de caja, lo que afecta el valor del portafolio de los inversionistas.

La relevancia de la estimación de estos riesgos aumenta -en especial los riesgos de no pago y el de prepago- si se tiene en cuenta el problema de agencia que existe en este mercado proveniente de la asimetría de información. Las entidades especializadas en creación de hipotecas tienen un mayor conocimiento de su conjunto de hipotecas y, por tanto, se sienten tentadas a venderle las peores hipotecas<sup>8</sup> a una entidad especializada en titularización. No obstante, este problema de riesgo moral se reduce en un juego repetido como la titularización, dado que los bancos originadores descontarán los costos que les implica no comportarse diligentemente<sup>9</sup>. Adicionalmente, en Colombia, este comportamiento se controla en parte con las compras de títulos subordinados por parte de los bancos originadores, lo que reduce el riesgo moral en el proceso de la titularización. Por ende, los agentes involucrados en el mercado secundario

---

<sup>6</sup> Fabozzi (1996), p. 224.

<sup>7</sup> El término *spread*, comúnmente usado en la literatura, se utilizará para hacer referencia al margen por encima de una tasa de referencia que los agentes le cobran a un título por cuenta de algún tipo de riesgo. En otras palabras, es la prima de riesgo que los agentes cobran por cuenta de riesgos como liquidez, no pago, etc.

<sup>8</sup> Estas son las hipotecas cuyos flujos de caja no tienen un buen comportamiento. Las razones de lo anterior son diversas, por ejemplo, conjuntos de hipotecas con gran propensión a no ser pagados o a ser prepagados registran este tipo de comportamiento.

<sup>9</sup> Zea (2003).



---

---

deben concentrarse en la estimación de las posibles trayectorias del no pago y de prepagos para alinear los incentivos correctos al monitorear a los bancos. De esta forma, se minimiza la posibilidad de la existencia de riesgo moral en el proceso.

El riesgo de prepago tiene una importancia especial, por dos razones: primera, al igual que el no pago, los prepagos modifican los flujos de caja impactando de esta forma la rentabilidad del negocio. No obstante, la trayectoria de las precancelaciones son más difíciles de predecir que la mora; segunda, los prepagos hacen que los títulos originados en titularizaciones hipotecarias tengan comportamientos similares a los bonos con opciones de compra<sup>10</sup>, lo que incide sobre el movimiento de sus precios en el mercado y, consecuentemente, sobre la riqueza de sus poseedores. Las anteriores razones justifican el estudio de la valoración de títulos respaldados con hipotecas (TRH) a través de la metodología de *Option Adjusted Spread (OAS)*. Una vez se tiene en cuenta la opción de prepago, esta metodología permite calcular el *spread* por encima de una tasa de referencia con un modelo de valoración de estructura a plazos para recuperar el precio observado en el mercado. Gracias al cálculo de este *spread* se puede cuantificar el valor de la opción de prepago subyacente en los títulos respaldados por hipotecas (TRH). Por lo tanto, esta metodología permite que la valoración de estos títulos mejore a medida que

el mercado produce también mejores modelos de prepagos y se especializa.

Este documento se divide en tres partes. En la primera se realiza una detallada exposición de la metodología. La segunda expone una aplicación para Colombia. Finalmente, la tercera parte corresponde a las conclusiones derivadas del documento.

## I. OAS

Todos los TRH tienen una opción subyacente, la de prepagar la hipoteca parcial o totalmente, por lo cual su análisis se asemeja al de un bono con una opción de compra (opción *call*). Los deudores hipotecarios tienen la opción de prepagar su crédito total o parcialmente al valor nominal total o parcial de la deuda hipotecaria vigente. En este sentido, los tenedores de TRH están expuestos a un riesgo proveniente de la opción de prepago, dado que ésta hace que se adelanten o se retrasen sus flujos de caja de acuerdo con las tasas de prepago. Esto conduce a que los inversionistas de este tipo de títulos exijan una prima para ser compensados por el riesgo en que incurren. Los efectos de la opción se incrementan si se advierte que la opción de prepago no es ejercida al mismo tiempo por todos los deudores de las hipotecas que componen un conjunto de éstas, y que el ejercicio de la opción

---

<sup>10</sup> Se considera que los títulos respaldados por hipotecas se pueden entender como bonos con opción de compra, dado que instituciones especializadas en el mercado, como la Titularizadora Colombiana S. A., pueden ejercer su opción de comprar el título a valor facial en el momento que haya una ola de prepagos.

---

llega por lo general en el momento menos adecuado.

Para ilustrar los efectos que tiene la opción de prepago sobre los TRH supónganse dos escenarios de tasas de interés: uno de disminución de tasas de interés y otro de incremento de tasas<sup>11</sup>.

En el primer escenario, los propietarios de vivienda tienen una mayor propensión a refinanciar su hipoteca (o ejercer la opción) en la medida en que la tasa de interés actual sea relativamente menor que la tasa de interés hipotecaria contractual del crédito. En esta situación, los deudores hipotecarios tienen mayores incentivos a refinanciar, ya que pueden endeudarse a un menor costo y cancelar su antigua hipoteca. Esto es equivalente a que un bono con una opción *call* se encuentre "*in the money*". En este escenario los inversionistas de TRH reciben flujos de caja por adelantado, dado que los prepagos hacen que se adelanten pagos del principal, recursos que deben ser reinvertidos en un ambiente de tasas de interés inferiores (riesgo de reinversión)<sup>12</sup>. Adicionalmente, el pago de intereses es menor, dado que se reduce el saldo del principal sobre el cual se calculan los mismos.

Por otra parte, en un escenario de aumento de tasas de interés existen menos incenti-

vos de refinanciamiento de la hipoteca, dado que la brecha entre tasas se aumenta. En este caso la opción de prepago se encuentra "*out of the money*" ya que la tasa de interés actual es superior a la tasa de interés del crédito, lo cual reduce la probabilidad de que un individuo recurra a un banco a solicitar un nuevo crédito para prepagar su hipoteca. En estas circunstancias los inversionistas desearían recibir pagos del principal para poder reinvertirlos a una tasa de interés superior a la del cupón del título.

Por último, el componente idiosincrásico del comportamiento de los prepagos introduce un componente aleatorio difícil de predecir que incrementa la incertidumbre sobre los flujos de caja. Ésta es la razón por la cual el análisis de los TRH es análogo al de un bono con flujos de caja inciertos<sup>13</sup>. Por lo tanto, la incertidumbre que genera la opción de prepagos de los deudores hipotecarios sobre los flujos de caja permite que los TRH puedan tratarse como un bono con una opción *call*. Por ende, es natural que se quiera calcular el valor de la opción, que se mide como la diferencia entre el *spread* estático<sup>14</sup> y el OAS<sup>15</sup>, donde este último es ajustado por la opción porque los flujos de caja que se utilizan en su cálculo se ajustan para reflejar la opción subyacente. Por lo tanto, para calcular el valor de ésta se debe realizar la metodología de OAS.

---

<sup>11</sup> Cilia(1995), p. 2.

<sup>12</sup> Fabozzi (2000), p. 43.

<sup>13</sup> Cilia (1995), p. 2.

<sup>14</sup> El *spread* estático es el *spread* sobre una tasa de referencia que hace que el valor presente del flujo contractual del TRH sea igual al precio observado en el mercado.

<sup>15</sup> Fabozzi (1996), p. 324.



---

---

Esta metodología tiene una variedad de ventajas que facilitan el análisis y valoración de los TRH. A continuación se enumeran algunas de ellas:

- Facilita la comparación entre activos. Por ejemplo, permite comparar si un activo con calificación AAA con un *spread* de 90 puntos básicos (pb) tiene un mayor valor que un activo con calificación B y con un *spread* de 600 pb.
- Facilita el análisis de rentabilidad. Por ejemplo, mantener el OAS constante para observar los cambios en el precio que generan cambios en otros factores. De igual forma, se puede mantener constante el precio para determinar las modificaciones que se generan en el OAS ante las variaciones en otros factores.
- Permite calcular una medida explícita y una representación del riesgo de prepago cuando se hace valoración de TRH.

Sin embargo, esta metodología también tiene sus falencias. Por ejemplo:

- La medición del OAS depende de la calidad y los supuestos del modelo.
- El precio de mercado, que permite el cálculo del OAS, no siempre está disponible.
- Solamente pueden compararse los activos con opciones subyacentes similares.

Pese a sus falencias, esta metodología es ampliamente utilizada en mercados secundarios hipotecarios desarrollados como el de los Estados Unidos, ya que sus características facilitan el análisis y valoración de TRH.

### A. Cálculo de los *spreads* ajustados por riesgo de prepago<sup>16</sup>

El cálculo de esta metodología se desarrolla en cinco pasos:

- Se generan estocásticamente escenarios de tasa de interés por medio de un modelo que sea consistente con la estructura a plazos corrientes y con un supuesto sobre el nivel de volatilidad de las tasas.
- Se calcula un sendero de flujos de caja para cada sendero simulado de tasas de interés. Esto se hace a través de un modelo de prepago que recoja la dependencia de los flujos de caja en relación con los senderos de tasas de interés, es decir, que tenga en cuenta los incentivos de refinanciación.
- Se descuentan los flujos de caja con una tasa de interés de referencia más un *spread* (OAS) para encontrar el valor presente de cada sendero simulado.
- Se calcula el promedio de estos valores presentes y se compara con el precio observado del título.

---

<sup>16</sup> Esta sección sigue en parte la exposición de Fabozzi (2000).



- 
- Por medio de un algoritmo de optimización se encuentra la constante *OAS* que hace que el promedio de los valores presentes sea igual al precio observado.

### ***1. Simulación de las tasas de interés***

Para la generación de los senderos aleatorios de tasas de interés se deben tener en cuenta un modelo y un supuesto de volatilidad de tasas que sean consistentes con la estructura a plazos corriente, o la curva cero cupón del título que se usa como referencia para valorar los TRH. En el caso de Colombia, sería la tasa cero cupón de los TES B denominados en UVR. Se pueden usar simulaciones de Monte Carlo para generar los senderos de tasa de interés; de igual manera, un candidato natural es el modelo binomial. No obstante, independientemente del modelo que se utilice se deben tener en cuenta ciertas consideraciones.

Primera, independientemente del modelo que se use, las simulaciones de tasas deben estar calibradas para que el precio promedio simulado del título que se toma como referencia sea igual al precio actual del mismo, en otras palabras, que el modelo sea libre de arbitraje.

Segunda, un insumo esencial de cualquier modelo es el supuesto de volatilidad de la tasa de interés. De éste depende en gran

parte el resultado; por ejemplo, un supuesto de volatilidad no coherente con las tasas de interés corrientes puede traducirse en un *OAS* negativo<sup>17</sup>, aun cuando el nivel de prepagos esté aumentando. Actualmente, muchos agentes del mercado que negocian con TRH utilizan diversos niveles de volatilidad de tasa de interés dependiendo de la madurez. Una forma de hacer esto es suponiendo un nivel de volatilidad de corto plazo para una madurez menor que cierto número de años y un nivel de volatilidad para una madurez superior a ese número de años. Por lo general, se asume que la volatilidad de corto plazo es mayor que la de largo plazo. Otra forma es por medio de una estructura a plazos de volatilidad, es decir, un nivel de volatilidad para cada madurez.

Tercera, con respecto al número de senderos de tasas de interés que se deben calcular existen dos formas tradicionales de atacar este problema. La primera, usa métodos de reducción de varianza para reducir el número de senderos que se necesitan para obtener una buena muestra<sup>18</sup>. La otra, utiliza senderos representativos de tasas dentro de los cuales se agrupan algunos con características similares. En el momento de valorar un título, cada sendero representativo tiene una ponderación que corresponde al peso que tiene el número de sendas agrupadas en éste sobre el total de simulaciones.

Finalmente, debe señalarse que la periodicidad de las tasas simuladas ha de ser la

---

<sup>17</sup> Esto significa que los inversionistas estarían sobrevalorando el título, lo que sería coherente con una disminución del nivel de prepagos.

<sup>18</sup> Esta técnica está descrita en libros de simulaciones de Monte Carlo.

---

misma de la de los flujos de caja del TRH bajo análisis. Para el caso de los bonos titularizados en Colombia la periodicidad de las tasas es mensual dado que los pagos a capital y de interés son mensuales.

## 2. Cálculo de los senderos de flujo de caja

Una vez simulados los senderos de tasas mensuales de interés de referencia con el cual se van a descontar los títulos, se necesita una tasa hipotecaria de refinanciamiento. Para calcular esta tasa de refinanciamiento debe suponerse que la misma se calcula como la tasa de interés de referencia simulada más un *spread* constante. Los senderos de flujos de caja son simulados con modelos de prepago<sup>19</sup>, los cuales se alimentan de las dos tasas calculadas, así como de consideraciones de estacionalidad (*seasonality*), ubicación geográfica, madurez promedio ponderada y condiciones económicas generales. No obstante, la metodología *OAS* se centra en los efectos que tienen los incentivos de refinanciación sobre los flujos de caja. Este es el punto central de los detractores de este análisis. La metodología *OAS* no considera los efectos que tienen los eventos que no dependen de los senderos de tasa de interés<sup>20</sup>. Estos son los eventos idiosincrásicos que inducen a los

propietarios a prepagar su hipoteca como divorcio, cambio de ciudad por trabajo y muerte (donde un seguro puede cubrir el saldo de la deuda hipotecaria). Sin embargo, diversos estudios han mostrado que los incentivos de refinanciación dan cuenta de una parte considerable de los prepagos observados<sup>21</sup>. Adicionalmente, estos eventos idiosincrásicos son difícilmente calculables. Por ende, los dos principales insumos del cálculo del *OAS* son las tasas *forward* y la de refinanciación.

Consideremos un título con madurez de  $T$  meses.

Los cuadros 1 y 2 muestran los  $N$  senderos de tasa de interés calculados cada uno para los  $T$  meses que tiene de madurez el título en consideración. Con estos dos insumos se calculan con el modelo de prepago los flujos de caja correspondientes a cada uno de los senderos de tasas<sup>22</sup>. Estos flujos de caja se exhiben en el Cuadro 3.

## 3. Valor presente de los flujos de caja simulados

Dados los flujos de caja bajo un escenario de tasa de interés, el valor presente se puede calcular de la siguiente forma. Con

---

<sup>19</sup> Al final del documento se provee una lista de referencias acerca de modelos de prepagos.

<sup>20</sup> Cilia (1995), p. 2

<sup>21</sup> Gabaix *et al.* (2004) y Breeden (1994) demuestran la importancia que tiene el incentivo de refinanciación sobre los prepagos.

<sup>22</sup> Dependiendo del activo subyacente es necesario también un modelo de "default" y uno de recuperación de las garantías, como sería el caso de las titularizaciones de cartera hipotecaria vencida.



**Cuadro 1**  
**Senderos ajustados de tasas de interés futuras mensuales simuladas**

Número de sendero de tasa de interés futura						
Mes	1	2	.....	<i>n</i>	.....	<i>N</i>
1	$f_1(1)$	$f_1(2)$	.....	$f_1(n)$	.....	$f_1(T)$
2	$f_2(1)$	$f_2(2)$	.....	$f_2(n)$	.....	$f_2(T)$
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
<i>t</i>	$f_t(1)$	$f_t(2)$	.....	$f_t(n)$	.....	$f_t(T)$
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
<i>T-1</i>	$f_{T-1}(1)$	$f_{T-1}(2)$	.....	$f_{T-1}(n)$	.....	$f_{T-1}(T)$
<i>T</i>	$f_T(1)$	$f_T(2)$	.....	$f_T(n)$	.....	$f_T(T)$

**Cuadro 2**  
**Senderos simulados de tasas de interés de refinanciación**

Número de sendero de tasa de interés de refinanciación						
Mes	1	2	.....	<i>n</i>	.....	<i>N</i>
1	$r_1(1)$	$r_1(2)$	.....	$r_1(n)$	.....	$r_1(T)$
2	$r_2(1)$	$r_2(2)$	.....	$r_2(n)$	.....	$r_2(T)$
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
<i>t</i>	$r_t(1)$	$r_t(2)$	.....	$r_t(n)$	.....	$r_t(T)$
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
<i>T-1</i>	$r_{T-1}(1)$	$r_{T-1}(2)$	.....	$r_{T-1}(n)$	.....	$r_{T-1}(T)$
<i>T</i>	$r_T(1)$	$r_T(2)$	.....	$r_T(n)$	.....	$r_T(T)$

**Cuadro 3**  
**Senderos simulados de flujos de caja sobre cada sendero de tasa de interés**

Número de sendero de flujo de caja						
Mes	1	2	.....	<i>n</i>	.....	<i>N</i>
1	$C_1(1)$	$C_1(2)$	.....	$C_1(n)$	.....	$C_1(T)$
2	$C_2(1)$	$C_2(2)$	.....	$C_2(n)$	.....	$C_2(T)$
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
<i>t</i>	$C_t(1)$	$C_t(2)$	.....	$C_t(n)$	.....	$C_t(T)$
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
<i>T-1</i>	$C_{T-1}(1)$	$C_{T-1}(2)$	.....	$C_{T-1}(n)$	.....	$C_{T-1}(T)$
<i>T</i>	$C_T(1)$	$C_T(2)$	.....	$C_T(n)$	.....	$C_T(T)$

las tasas futuras de interés se puede calcular la tasa *spot* mensual para el sendero  $n$  y para el mes  $t$  usando la siguiente ecuación:

$$Z_t(n) = \{ [1+f_1(n)] [1+f_2(n)] \dots [1+f_t(n)] \}^{1/t} - 1$$

donde

$z_t(n)$  = es la tasa *spot* simulada para el mes  $t$  sobre el sendero  $n$ .

$f_t(n)$  = es la tasa futura simulada para el mes  $t$  sobre el sendero  $n$

El Cuadro 4 muestra las tasas *spot* simuladas para cada mes y para cada sendero. Consecuentemente, el valor presente del sendero  $n$  puede calcularse descontando los flujos de caja con las tasas *spot* mensuales correspondientes a esa senda más un *spread*:

$$PV[Patb(n)] = \sum_{t=1}^T \frac{C_t(n)}{[1+z_t(n)+OAS]^t}$$

Donde

$PV[Patb(n)]$  = el valor presente de los flujos de caja del título consistentes con el sendero de tasas de interés  $n$ .

$C_t(n)$  = es el flujo de caja en el mes  $t$  correspondiente al sendero  $n$ .

$z_t(n)$  = es la tasa *spot* simulada para el mes  $t$  sobre el sendero  $n$ .

$OAS$  = *spread*

#### 4. Cálculo del promedio de los flujos de caja simulados

Dado un nivel del *spread*, el valor presente de un flujo de caja consistente con un sendero de tasa de interés es el valor teórico del título si efectivamente ese fuera el sendero de la tasa de interés. Ahora, el valor teórico de un TRH se puede calcular como el promedio de los valores presentes de todos los flujos de caja simulados descontados por sus respectivas tasas *spot* y un *spread* dado.

Cuadro 4  
Senderos ajustados de tasas *spot* libres de arbitraje

Mes	Número de sendero de tasas <i>spot</i>					
	1	2	.....	$n$	.....	$N$
1	$Z_1(1)$	$Z_1(2)$	.....	$Z_1(n)$	.....	$Z_1(N)$
2	$Z_2(1)$	$Z_2(2)$	.....	$Z_2(n)$	.....	$Z_2(N)$
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$t$	$Z_t(1)$	$Z_t(2)$	.....	$Z_t(n)$	.....	$Z_t(N)$
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$T-1$	$Z_{T-1}(1)$	$Z_{T-1}(2)$	.....	$Z_{T-1}(n)$	.....	$Z_{T-1}(N)$
$T$	$Z_T(1)$	$Z_T(2)$	.....	$Z_T(n)$	.....	$Z_T(N)$



$$\text{Valor teórico} = \frac{PV[\text{Patb}(1)] + PV[\text{Patb}(2)] + \dots + PV[\text{Patb}(N)]}{N}$$

### 5. Cálculo del OAS

Para despejar la constante OAS se necesita un algoritmo de optimización que permita calcular cuál es el *spread* que, sumado a todas las tasas *spot* sobre todos los senderos de tasa de interés, permite que el valor teórico del título sea igual al precio de mercado. Por tanto, la constante OAS es el *spread* que satisface la siguiente ecuación:

$$\text{Precio de mercado} = \frac{PV[\text{Patb}(1)] + PV[\text{Patb}(2)] + \dots + PV[\text{Patb}(N)]}{N}$$

Lo que busca un inversionista es adquirir un TRH tal que su valor sea superior a su precio. Con un OAS dado por el mercado, el inversionista puede calcular el valor del título y compararlo con el precio que le están ofreciendo, suponiendo un valor para la opción de prepago. De este modo sabe si el producto que le están ofreciendo tiene o no un precio favorable. Adicionalmente, esta metodología les permite a los participantes del mercado tener la diferencia entre el valor y el precio de un título en un *spread* expresado en puntos básicos una vez se ha tenido en cuenta el prepago, hecho que facilita el análisis. Finalmente, es de resaltar que, en la medida en que el modelo de estructura a plazos sea bueno, el OAS es una prima de riesgo por factores diferentes a la

tasa de interés. No obstante, si el modelo de prepago que se usa para el cálculo está mal especificado, el OAS reflejará, en parte, el valor de la opción de prepago, así como la prima de riesgo<sup>23</sup>.

## II. APLICACIÓN PARA COLOMBIA

El objetivo de esta sección es calcular, a través de la metodología anteriormente descrita, tanto el OAS como el valor de la opción de prepago que implícitamente calcula el mercado, teniendo en cuenta las prácticas del mismo.

La sección anterior indica que para el cálculo del OAS se necesitan varios elementos: un modelo de prepago, una tasa de referencia, un modelo para simularla y el precio observado del título. No obstante, en el caso colombiano, para recuperar el OAS del mercado no puede hacerse de la forma anteriormente explicada, por varias razones que se exponen a continuación.

Primera, para recuperar la prima de riesgo que iguala el valor del título con el precio observado (OAS) una vez se tiene en cuenta el riesgo de prepago, se debe usar el modelo de prepago que utilizan los participantes del mercado. Si se empleara un modelo mejor y más sofisticado, los resultados de la metodología OAS deberían ser distintos. Esto se entiende de la siguiente forma: un mejor modelo de prepago se puede entender como una mayor cantidad de información en manos de los agentes involucrados en el mercado de TIPS.

<sup>23</sup> Kupiec (1999), citado en Gabaix *et al.* (2004).

---

Por tanto, en caso de que el nuevo modelo calcule unas tasas de prepago mayores que las esperadas por el mercado, aquel debería ofrecer como resultado una prima de riesgo de prepago diferente. Así, la utilización de un modelo de prepago distinto al del mercado se traduciría en la utilización de información diferente de la empleada por los agentes involucrados, la cual no necesariamente está contenida en los precios observados. Por otra parte, si bien los agentes del mercado no poseen un modelo explícito, sí lo tienen de manera implícita en las calculadoras de la Titularizadora Colombiana S. A. Éstas las utilizan los agentes para calcular el precio de los títulos de acuerdo con su perfil de riesgo, dado que les permiten encontrar el valor de un título con uno de los escenarios de prepagos supuestos por la calculadora que sea coherente con su aversión al riesgo. Es por todo lo anterior que, para la aplicación de la metodología a Colombia, se utilizarán los escenarios de prepagos ofrecidos por estas calculadoras.

Segundo, la tasa de referencia usada por el mercado para descontar los TIPS es la tasa cero cupón de los TES B denominados en UVR. La metodología propuesta precisa de un modelo que simule el comportamiento de esta tasa. Sin embargo, al igual que con los prepagos, no se puede usar un modelo que simule el comportamiento de esta tasa, distinto al utilizado por los agentes. Como ya se explicó, la

razón fundamental es que lo anterior implica información diferente a la del mercado; por consiguiente, el cálculo de la variable *OAS* con un modelo de esta naturaleza no sería consistente con la información contenida en los precios observados, circunstancia que daría como resultado un *spread* diferente al que implica la información poseída por el mercado. Consecuentemente, lo conveniente para la aplicación de la metodología es usar la misma curva *spot* para valorar los títulos, sin importar cuál sea el escenario de prepago. El supuesto que subyace en lo anterior, que es el mismo que hace el mercado, es que los senderos de los prepagos no dependen de la senda de la tasa de interés. En este sentido, el *OAS* también debería capturar el riesgo de tasa de interés, dado que no se está usando un modelo de estructura a plazos.

Por último, los tenedores de los TIPS poseen una exención tributaria considerable sobre los títulos<sup>24</sup>. Los escenarios de flujos de caja que se utilizarán para el cálculo no tienen en cuenta los beneficios que implica la exención tributaria. Por lo tanto, se deben ajustar estos flujos para que incluyan de alguna forma la exención.

#### A. Base de datos

El período de análisis del trabajo es de noviembre de 2002 a septiembre de 2004. La aplicación de la metodología se hizo

---

<sup>24</sup> Los TIPS tienen dos beneficios tributarios. Primero, los intereses que perciben los tenedores de los títulos se encuentran exentos del impuesto de renta. En otras palabras, los intereses pagados por los títulos no entran en la renta líquida variable a la que se grava con una tasa de 38,5%. Segundo, los tenedores pueden disminuir la renta líquida gravable en los costos y gastos asociados a los títulos. Hay que aclarar que por simplicidad solo se tiene en cuenta para los cálculos el primer beneficio.



---

para los títulos TIPS Clase A con plazos de cinco, 10 y 15 años de cada una de las cuatro primeras emisiones. Por lo tanto, la información de cada una comienza en el mes en que se realizó la subasta de emisión, con excepción de la E1, lo cual tiene datos desde noviembre de 2002 que se realizó en mayo del mismo año. Por su parte, la E2 tiene datos desde noviembre de 2002, la E3 desde junio de 2003 y la E4 desde noviembre de 2003.

Las calculadoras, que proveen los flujos de caja con escenarios de prepagos, fueron suministradas por la Titularizadora Colombiana S. A. Estos flujos proveen las amortizaciones a lo largo de la vida de los títulos como porcentaje del valor facial de estos que están denominados en UVR. En total son seis escenarios que incluyen el flujo contractual de prepagos nulos, un escenario de prepagos bajo, uno medio bajo, uno medio, uno medio alto y uno alto; estos flujos se calculan de acuerdo con la historia de los activos subyacentes de cada emisión. En total se tienen 67 calculadoras que se dividen de la siguiente manera: 22 de la E1, 21 de la E2, 14 de la E3 y 9 de la E4. Hay que aclarar que los dos meses siguientes a la subasta de emisión no se publican calculadoras, dado que durante este período no se produce ninguna amortización ni pago de intereses, por tanto, para este caso los dos meses poseen la calculadora de la emisión. Adicionalmente, para el cálculo de los intereses se utilizaron las tasas faciales respectivas de cada plazo (7,00% para cinco años, 7,50% para 10 años y 8,25% para 15 años) y el saldo del título en cada momen-

to del tiempo de acuerdo con las amortizaciones reales y con las amortizaciones de cada escenario de prepagos.

Los precios utilizados, suministrados por la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), son los precios limpios de cada transacción realizada en el mercado continuo y en el serializado. Esta base de datos se compone de 3.266 transacciones que se efectuaron entre noviembre de 2002 y septiembre de 2004. Los precios poseen periodicidad diaria, sin embargo, en muchos casos hay títulos que no registraron precio a lo largo del mes. Adicionalmente, se utiliza el monto en UVR de cada transacción para calcular el precio promedio ponderado mensual para cada título en cada mes de la muestra que registró precio.

Finalmente, se utilizaron los betas de la curva *spot* cero cupón de los TES UVR, calculados por la BVC a través de la metodología Nelson y Siegel, para encontrar la tasa de referencia a la cual descontaremos los flujos.

## **B. Cálculo del *spread* estático (*SS*) y del OAS**

Dado que cada emisión tiene un día de pago diferente, para facilitar el cálculo se hizo el supuesto de que todos los flujos de caja se reciben a final de mes. Lo anterior es lo mismo que suponer que todos los flujos se trasladan del día de pago de cada título hasta el final del mes. De igual manera, se supone que todas las transacciones se hicieron a fin de mes. Por tanto,

la curva *spot* que se utiliza para descontar los flujos es la del último día del mes.

Dado lo anterior, el cálculo del *OAS* para un título *i* en el momento *t* del tiempo es:

$$(1) \text{ Precio}_{it} = \frac{\sum_{n=1}^N \frac{FC_n^c}{(1+r_n^{UVR}+OAS)^n} + \dots + \sum_{n=1}^N \frac{FC_n^b}{(1+r_n^{UVR}+OAS)^n} + \dots + \sum_{n=1}^N \frac{FC_n^a}{(1+r_n^{UVR}+OAS)^n}}{6}$$

Donde,

$\text{Precio}_{it}$  = es el precio limpio promedio ponderado mensual de un título TIP *i* con un plazo específico y una emisión determinada en el mes *t*.

$FC_n^k$  = es el *k*-ésimo escenario de flujo de caja mensual del respectivo título en el momento del tiempo *n*, donde *k* = contractual, bajo, medio bajo, medio, medio alto y alto. Por tanto, nuestro *N* es igual a seis. Este flujo de caja es ajustado por la exención tributaria<sup>25</sup>.

$r_n^{UVR}$  = es la tasa *spot* de un TES UVR mensualizada en el momento *n* del tiempo.

*OAS* = es el *spread* constante que iguala el valor del título con el precio observado.

Dado que (1) es una ecuación no lineal, se utilizó el algoritmo de optimización de Broyden, Fletcher, Goldfarb y Shanno para despejar la constante *OAS* que cumple la condición.

De manera similar, se calculó el *spread* estático con el flujo contractual de los títulos.

$$(2) \text{ Precio}_{it} = \sum_{n=1}^N \frac{FC_n^c}{(1+r_n^{UVR}+SS)^n}$$

Donde,

$\text{Precio}_{it}$  = es el precio limpio promedio ponderado mensual de un título TIP *i* con un plazo específico y una emisión determinada en el mes *t*.

$FC_n^c$  = es el flujo de caja contractual mensual del respectivo título en el momento del tiempo *n*. Este flujo de caja es ajustado por la exención tributaria.

$r_n^{UVR}$  = es la tasa *spot* de un TES UVR mensualizada en el momento *n* del tiempo.

<sup>25</sup> Los flujos de caja de los títulos se ajustaron de la siguiente forma: Supóngase un flujo de caja por intereses de un título es  $FC'$  que tiene una tasa impositiva  $\tau$  y con las mismas características de un TIP con excepción de la exención tributaria sobre los intereses. Por tanto, su flujo de caja efectivo será  $FC'(1-\tau)$ . Entonces, se tiene que encontrar el flujo de caja de un TIP equivalente al flujo de caja del bono sin exención antes de impuesto. Esto se puede realizar de la siguiente forma: supóngase que el flujo del TIP no ajustado por la exención es  $FC$ . Para ajustarlo por la misma débese hacer que se cumpla:

$$FC = FC'(1-\tau) \Rightarrow \frac{FC}{(1-\tau)} = FC'. \text{ Por lo tanto, debe dividirse cada flujo de caja por intereses de un TIP por } (1-\tau)$$

para ajustarlo por la exención. Nótese que el supuesto detrás de este cálculo es que al momento de la valoración los agentes suponen que tendrán el título hasta el vencimiento, lo cual implica que recibirá la exención durante toda la vida del título.



---

---

$SS =$  es el *spread* estático que iguala el valor presente del flujo contractual con el precio observado del título.

### C. Resultados

El primer ejercicio realizado fue el cálculo del *OAS* sin ajustar los flujos de caja por la exención tributaria. Sorprendentemente, todos los *spreads* calculados fueron negativos. El Cuadro 5 muestra la constante *OAS* calculada para los títulos de la emisión uno a la cuatro y de plazos de cinco, 10 y 15 años.

Entre noviembre de 2002 y septiembre de 2004, el *OAS* promedio calculado fue de -13, -20 y -14 puntos básicos (pb) para los títulos de cinco, 10 y 15 años, respectivamente. Si bien la interpretación de un *OAS* negativo no es fácil, lo que está sucediendo es que los flujos de caja utilizados para el cálculo no tienen en cuenta la exención. Intuitivamente, la exención tributaria introduce una distorsión en el mercado que incrementa el valor del título, permitiendo que éste aumente en el valor presente de los flujos correspondientes a la exención. Por tanto, el *OAS* debe ser negativo para hacer que el valor del título, sin el efecto de la exención en los flujos, sea igual al precio del mismo que tiene en cuenta el privilegio tributario. En consecuencia, los resultados sugieren que los participantes del mercado valoran el efecto de la exención de tal manera que éste los compensa completamente por los riesgos en que incurren

(parte del riesgo de prepago, liquidez, tasa de interés, entre otros). Lo anterior se corrobora al hacer el cálculo del *SS*, dado que estos fueron todos negativos (Cuadro 6).

Seguidamente, para confirmar nuestra hipótesis, se efectuó el cálculo de los *spreads* (*OAS* y *SS*) controlando por la exención tributaria. Los cuadros 7 y 8 ratifican que al controlar por el efecto de la exención, el *OAS* y el *SS* son positivos. De hecho, el *OAS* promedio para los títulos con plazos de cinco, 10 y 15 años fue de 12, 12 y 23 pb, respectivamente. De la misma manera, el *SS* calculado promedio fue de 21, 16 y 24 pb para los tres plazos. Hay que aclarar que los *spreads* deberían ser menores, dado que en la práctica los agentes no valoran la exención hasta la madurez del título; de hecho, los participantes del mercado sólo tienen en cuenta para la valoración de la exención el número de períodos que ellos esperan tener el título.

Por otra parte, en el Cuadro 9 se observa el cálculo del valor de la opción de prepago que se calcula como la diferencia entre el *SS* y el *OAS*. Se resalta que el valor de la opción es mayor para los títulos a cinco años, destacándose los títulos de la emisión E1. El resto de los títulos exhibieron un valor de la opción entre 0,5 y 3 pb. Adicionalmente, el Gráfico 2 presenta el valor de la opción de prepago contra las tasas de prepagos promedio ponderado<sup>26</sup> de los activos subyacentes

---

<sup>26</sup> La ponderación se hace con los montos de prepagos realizados por las hipotecas VIS y no VIS. De aquí en adelante los prepagos se refieren a las tasas de prepagos de los activos subyacentes.

**Cuadro 5**  
**OAS sin exención en los flujos de caja**  
(Puntos básicos)

Fecha	E1			E2			E3			E4		
	OAS			OAS			OAS			OAS		
	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5	10	15
<b>2002</b>												
Noviembre				(95,80)								
Diciembre												
<b>2003</b>												
Enero	(9,19)	(11,90)		(13,50)	(25,70)							
Febrero	(2,23)	(10,40)		(2,95)	(16,70)	(7,94)						
Marzo	(12,70)	(16,0)		(13,40)	(19,50)	(11,50)						
Abril		(16,0)		(12,40)	(17,50)							
Mayo	(26,20)	(19,30)		(13,70)	(17,40)							
Junio	(16,30)	(17,70)		(15,80)	(19,0)							
Julio	(23,60)	(19,0)		(11,0)	(23,50)	(3,53)	(16,70)	(18,60)	(13,70)			
Agosto	(18,40)	(22,20)		(20,10)	(30,20)		(20,10)	(17,60)	(17,50)			
Septiembre	(26,20)	(26,80)		(19,10)	(29,40)		(21,30)	(19,70)	(16,0)			
Octubre		(26,60)			(27,0)		(37,90)	(22,10)	(7,99)			
Noviembre		(29,90)		(10,60)	(23,10)	(13,0)	(28,30)	(21,70)	(26,50)	(20,90)	(26,20)	(19,0)
Diciembre		(24,80)			(27,60)	(17,80)	(14,0)	(28,20)	(11,60)	(19,80)	(29,10)	(21,30)
<b>2004</b>												
Enero	(25,40)			(18,60)	(17,20)	(10,50)	(33,10)		(17,90)	(14,90)		(17,40)
Febrero		(15,40)		(9,79)	(18,20)				(17,0)	(6,37)	(19,50)	
Marzo	(49,90)			(41,50)	(22,90)				(18,10)			
Abril						(16,90)	(26,70)		(9,83)	(27,0)		
Mayo	(43,10)	(23,70)	(17,10)		(29,60)				(17,0)			
Junio		(23,50)		(27,30)	(21,10)	(18,80)			(15,0)			
Julio				(20,80)	(25,30)							
Agosto	(51,0)	(19,70)	(11,20)	(18,90)	(21,50)	(12,10)	(17,40)		(22,30)			
Septiembre				(21,20)					(17,40)			
<b>Promedio</b>	<b>(25,35)</b>	<b>(20,18)</b>	<b>(14,15)</b>	<b>(21,47)</b>	<b>(22,76)</b>	<b>(12,45)</b>	<b>(23,94)</b>	<b>(21,32)</b>	<b>(16,27)</b>	<b>(17,79)</b>	<b>(24,93)</b>	<b>(19,23)</b>

Fuente: Titularizadora Colombiana S. A. Cálculos del autor.

para todas las emisiones y para cada plazo. La línea de tendencia sugiere que los agentes del mercado cobran una prima de riesgo mayor cuando un título exhibe mayores niveles de prepagos. Adicionalmente, en el Gráfico 3 se presentan los prepagos contra los OAS calculados para todas las emisiones y para cada plazo. La línea de tendencia con pendiente positiva sugiere que el OAS responde positivamente al riesgo de prepagó.

Esto puede estar explicado por el riesgo de modelo de prepagó en que incurren los agentes del mercado, dado que, en la medida en que los modelos de prepagos utilizados no estimen bien las precancelaciones de los activos subyacentes, el OAS recogerá este riesgo de modelo. Por tanto, es de gran relevancia que el mercado comience a desarrollar modelos de prepagos que disminuyan este riesgo.

**Cuadro 6**  
**SS(\*) sin exención en los flujos de caja**  
(Puntos básicos)

Fecha	E1			E2			E3			E4		
	SS			SS			SS			SS		
	5	10	15	5	10*	15	5	10	15	5	10	15
<b>2002</b>												
Noviembre				(95,80)								
Diciembre												
<b>2003</b>												
Enero	(9,19)	(11,90)		(13,50)	(25,70)							
Febrero	(2,23)	(10,40)		11,0	(16,10)	(8,06)						
Marzo	(12,70)	(16,0)		(13,40)	(19,50)	(11,50)						
Abril		(16,0)		(12,40)	(17,50)							
Mayo	(16,10)	(16,70)		(13,70)	(17,40)							
Junio	(8,24)	(15,50)		(9,81)	(17,20)							
Julio	(11,90)	(16,80)		(6,39)	(20,30)	(3,48)	(13,40)	(17,20)	(12,80)			
Agosto	(8,12)	(18,90)		(11,70)	(25,60)		(16,0)	(16,20)	(16,30)			
Septiembre	(12,40)	(22,60)		(11,10)	(24,90)		(16,50)	(17,80)	(14,70)			
Octubre		(22,50)			(23,20)		(28,20)	(19,80)	(7,43)			
Noviembre		(25,10)		(5,67)	(20,0)	(12,20)	(20,80)	(19,50)	(24,40)	(16,90)	(23,30)	(17,50)
Diciembre		(20,90)			(23,60)	(16,90)	(10,10)	(25,0)	(10,90)	(14,70)	(26,10)	(19,90)
<b>2004</b>												
Enero	(3,32)			(4,79)	(15,20)	(10,20)	(21,50)		(17,0)	(9,78)		(16,30)
Febrero		(12,80)		2,09	(15,70)				(16,20)	(2,44)	(18,0)	
Marzo	(13,50)			(16,30)	(18,90)				(17,30)			
Abril						(16,0)	(13,70)		(9,26)	(17,80)		
Mayo	(16,40)	(20,50)	(16,20)		(25,50)				(16,0)			
Junio		(20,0)		(13,20)	(18,80)	(17,50)			(14,10)			
Julio				(7,58)	(22,20)							
Agosto	(8,70)	(15,50)	(10,80)	(3,32)	(17,80)	(11,50)	(9,56)		(21,0)			
Septiembre				(1,04)					(16,30)			
<b>Promedio</b>	<b>(10,23)</b>	<b>(17,63)</b>	<b>(13,50)</b>	<b>(12,59)</b>	<b>(20,27)</b>	<b>(11,93)</b>	<b>(16,64)</b>	<b>(19,25)</b>	<b>(15,26)</b>	<b>(12,32)</b>	<b>(22,47)</b>	<b>(17,90)</b>

(\*) Es el *spread* estático que iguala el valor presente del flujo contractual con el precio observado del título.

Fuente: Titularizadora Colombiana S. A. Cálculos del autor.

El Gráfico 4 exhibe la evolución del valor de la opción de prepago del TIP a 10 años de la emisión E2<sup>27</sup>, así como el desempeño de los prepagos del activo subyacente. Como lo sugiere el gráfico, los agentes que negocian con este tipo de títulos han ajustado su valoración, dado que han comenzado a calcular una prima por riesgo de

prepago que fluctúa *pari passu* con las tasas de precancelaciones. Por ejemplo, durante los primeros ocho meses después de la emisión del título, el valor de la prima por riesgo de prepago en puntos básicos era casi nulo. Después de dicho mes se puede observar la mejora en la estimación del sendero de los prepagos, ya que un

<sup>27</sup> Se escogió este título porque fue el más líquido de la muestra, dado que se transaron todos los meses excepto abril.



**Cuadro 7**  
**OAS con exención en los flujos de caja**  
(Puntos básicos)

Fecha	E1			E2			E3			E4		
	OAS			OAS			OAS			OAS		
	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5	10	15
<b>2002</b>												
Noviembre				(66,40)								
Diciembre												
<b>2003</b>												
Enero	25,50	24,90		21,0	9,03							
Febrero	32,50	26,40		31,70	19,20	32,40						
Marzo	22,20	20,80		21,50	16,70	27,80						
Abril		20,60		22,40	18,80							
Mayo	7,90	16,70		20,90	18,50							
Junio	18,10	18,30		18,60	16,70							
Julio	10,50	16,90		23,70	11,80	37,10	17,50	17,10	24,80			
Agosto	16,0	13,30		14,20	4,30		14,0	18,30	20,10			
Septiembre	7,87	8,41		15,30	5,42		12,90	15,90	21,70			
Octubre		8,68			8,15		(4,60)	13,30	31,60			
Noviembre		5,13		24,10	12,50	25,90	5,58	14,0	9,45	13,30	8,89	18,40
Diciembre		10,50			7,32	20,40	20,60	6,67	27,40	14,20	5,44	16,0
<b>2004</b>												
Enero	8,33			15,30	18,70	29,0	,30		20,20	19,10		20,70
Febrero		20,40		24,40	17,30				21,10	27,90	15,80	
Marzo	(16,80)			(8,25)	12,30				19,70			
Abril						21,40	6,92		29,30	6,72		
Mayo	(9,24)	12,40	22,0		5,86				21,20			
Junio		12,60		6,95	15,30	19,90			24,40			
Julio				13,50	10,60							
Agosto	(17,70)	16,30	28,40	15,40	14,20	27,30	17,0		16,0			
Septiembre				12,90					20,90			
<b>Promedio</b>	<b>8,76</b>	<b>15,77</b>	<b>25,20</b>	<b>12,62</b>	<b>12,77</b>	<b>26,80</b>	<b>10,02</b>	<b>14,21</b>	<b>21,99</b>	<b>16,24</b>	<b>10,04</b>	<b>18,37</b>

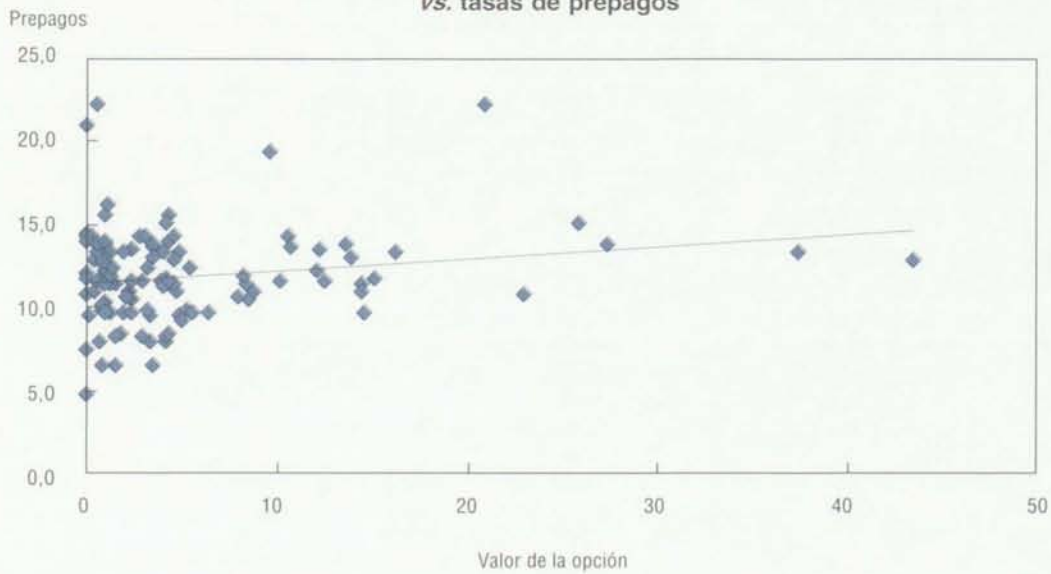
Fuente: Titularizadora Colombiana S. A. Cálculos del autor.

año después de la emisión el valor de la opción calculado para cada mes comienza a fluctuar de acuerdo con los prepagos, aumentando cuando estos aumentan y disminuyendo cuando las precancelaciones disminuyen.

El Gráfico 5 expone tanto la evolución del OAS del TIP a 10 años de la emisión E2 como el desempeño de los prepagos del

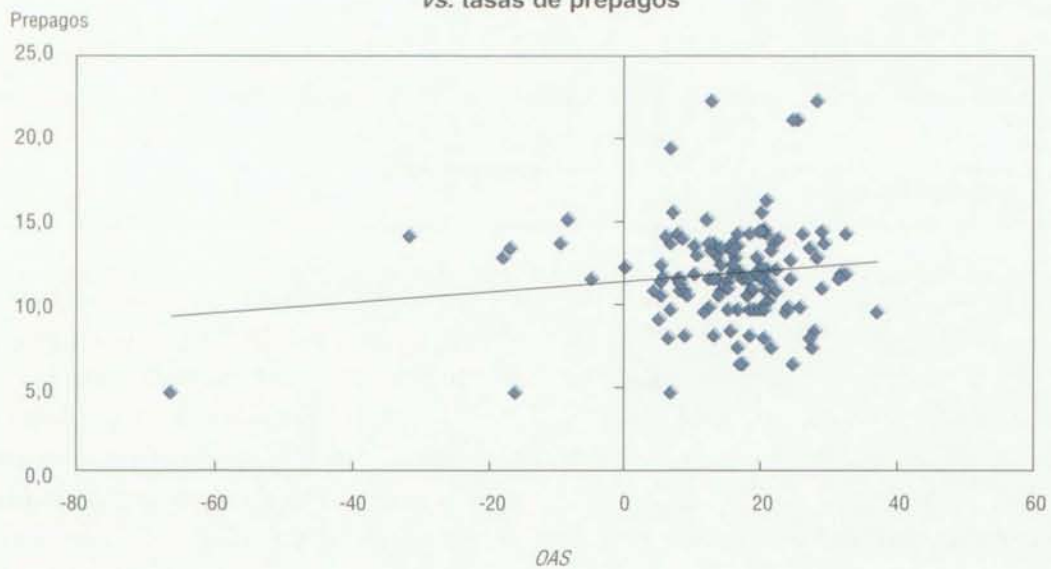
activo subyacente de dicha emisión. Como lo sugiere el gráfico, el OAS calculado ha comenzado a anticipar las fluctuaciones de las tasas de prepago, lo que se ve reflejado en el aumento del *spread* ajustado antes de que ocurra un repunte en los prepagos. Por ejemplo, durante los primeros cinco meses después de la emisión del título, el OAS responde rezagadamente ante choques en los prepagos.

Gráfico 2  
Valor de la opción en puntos básicos  
vs. tasas de prepagos



Fuente: Titularizadora Colombiana S. A. Cálculos del autor.

Gráfico 3  
OAS en puntos básicos  
vs. tasas de prepagos



Fuente: Titularizadora Colombiana S. A. Cálculos del autor.



Cuadro 8  
**SS (\*) con exención en los flujos de caja**  
(Puntos básicos)

Fecha	E1			E2			E3			E4		
	SS			SS			SS			SS		
	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5	10	15
<b>2002</b>												
Noviembre				(66,40)								
Diciembre												
<b>2003</b>												
Enero	25,50	24,90		21,0	9,03							
Febrero	32,50	26,40		46,70	20,0	32,40						
Marzo	22,20	20,80		21,50	16,70	27,80						
Abril		20,60		22,40	18,80							
Mayo	18,40	19,40		20,90	18,50							
Junio	26,50	20,70		24,90	18,60							
Julio	22,70	19,20		28,60	15,10	37,20	21,0	18,60	25,60			
Agosto	26,70	16,80		22,90	9,03		18,40	19,80	21,30			
Septiembre	22,20	12,70		23,60	10,0		17,80	17,90	22,90			
Octubre		13,0			12,10		5,49	15,70	32,10			
Noviembre		10,10		29,40	15,70	26,70	13,40	16,20	11,50	17,50	11,80	19,90
Diciembre		14,60			11,60	21,30	24,70	10,0	28,10	19,60	8,59	17,40
<b>2004</b>												
Enero	31,20			29,70	20,90	29,40	12,30		21,10	24,60		21,70
Febrero		23,40		36,80	20,20				21,90	32,20	17,60	
Marzo	20,60			17,60	16,50				20,60			
Abril						22,40	20,40		29,90	16,20		
Mayo	18,10	15,90	22,90		10,20				22,20			
Junio		16,40		21,50	17,70	21,10			25,20			
Julio				27,30	14,0							
Agosto	25,80	20,80	28,80	31,50	18,20	27,90	25,20		17,20			
Septiembre				33,70					22,0			
<b>Promedio</b>	<b>24,37</b>	<b>18,48</b>	<b>25,85</b>	<b>21,87</b>	<b>15,41</b>	<b>27,36</b>	<b>17,63</b>	<b>16,37</b>	<b>22,97</b>	<b>22,02</b>	<b>12,66</b>	<b>19,67</b>

(\*) Es el *spread* estático que iguala el valor presente del flujo contractual con el precio observado del título.

Fuente: Titularizadora Colombiana S.A. Cálculos del autor.

Por otra parte, un año después se puede ver cómo el *spread* responde anticipadamente a los prepagos, aumentando entre uno y dos meses antes de que estos lo hagan.

Finalmente, la anticipación de los prepagos por parte del OAS podría estar relacionada con la liquidez de los títulos, en la siguiente forma: en un mercado sufi-

cientemente líquido los participantes de él piden una prima muy pequeña por riesgo de liquidez. Sin embargo, en un mercado poco líquido como el colombiano, los agentes tienen que cobrar una prima por liquidez considerable. La iliquidez permite que los títulos permanezcan en sus balances por cierto tiempo hasta la venta, los cuales se ven afectados por los prepagos realizados durante la tenencia

Gráfico 4

Valor de la opción y tasas de prepagos de los títulos TIPS de la emisión E2 (noviembre, 2002-agosto, 2004)



**Nota:** En abril de 2004 este título no se transó, por lo tanto no existe información para hacer los cálculos.  
 Fuente: Titularizadora Colombiana S. A. Cálculos del autor.

Gráfico 5

OAS y tasas de prepagos de los títulos TIPS de la emisión E2 (noviembre, 2002-agosto, 2004)



**Nota:** En abril de 2004 este título no se transó, por lo tanto no existe información para hacer los cálculos.  
 Fuente: Titularizadora Colombiana S. A. Cálculos del autor.



**Cuadro 9**  
**Valor de la opción (VO) con exención en los flujos de caja**  
(Puntos básicos)

Fecha	E1			E2			E3			E4		
	VO			VO			VO			VO		
	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5	10	15
<b>2002</b>												
Noviembre				0,0								
Diciembre												
<b>2003</b>												
Enero	0,0	0,0		0,0	0,0							
Febrero	0,0	0,0		15,0	0,80	0,0						
Marzo	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0						
Abril		0,0		0,0	0,0							
Mayo	10,50	2,70		0,0	0,0							
Junio	8,40	2,40		6,30	1,90							
Julio	12,20	2,30		4,90	3,30	0,10	3,50	1,50	0,80			
Agosto	10,70	3,50		8,70	4,73		4,40	1,50	1,20			
Septiembre	14,33	4,29		8,30	4,58		4,90	2,0	1,20			
Octubre		4,32			3,95		10,09	2,40	0,50			
Noviembre		4,97		5,30	3,20	0,80	7,82	2,20	2,05	4,20	2,91	1,50
Diciembre		4,10			4,28	0,90	4,10	3,33	0,70	5,40	3,15	1,40
<b>2004</b>												
Enero	22,87			14,40	2,20	0,40	12,0		0,90	5,50		1,0
Febrero		3,0		12,40	2,90				0,80	4,30	1,80	
Marzo	37,40			25,85	4,20				0,90			
Abril						1,0	13,48		0,60	9,48		
Mayo	27,34	3,50	0,90		4,34				1,0			
Junio		3,80		14,55	2,40	1,20			0,80			
Julio				13,80	3,40							
Agosto	43,50	4,50	0,40	16,10	4,0	0,60	8,20		1,20			
Septiembre				20,80					1,10			
<b>Promedio</b>	<b>15,60</b>	<b>2,71</b>	<b>0,65</b>	<b>9,24</b>	<b>2,64</b>	<b>0,56</b>	<b>7,61</b>	<b>2,15</b>	<b>0,98</b>	<b>5,78</b>	<b>2,62</b>	<b>1,30</b>

Fuente: Titularizadora Colombiana S. A. Cálculos del autor.

de los bonos. En otras palabras, el OAS captura la prima de liquidez que los participantes del mercado cobran por el efecto que tienen en sus balances los choques de prepago durante la tenencia del título hasta la venta. Lo anterior evidencia el desarrollo que ha tenido el MSH, dado que los agentes del mercado han ajustado su valoración al comenzar a descontar mejor los riesgos como el que implica la poca liquidez del mercado.

### III. CONCLUSIONES

La crisis del sistema financiero de 1998 y 1999 evidenció las vulnerabilidades propias de un sistema con una transformación de plazos que generaba exposiciones tanto a riesgos de interés como de liquidez. La Ley 546 de 1999 reglamentó los prepagos y las titularizaciones permitiendo la creación del MHS. Este facilita que los bancos que conceden créditos hipo-

---

tecarios se calcen gradualmente en plazos y en tasa, a medida que el financiamiento de corto plazo con depósitos se reemplaza en el de largo plazo con titularizaciones.

Adicionalmente, el MHS ofrece otras ventajas como: profundiza el sistema financiero; genera la posibilidad de interactuar con el mercado internacional de capitales al ofrecer una garantía; ayuda a diversificar mejor el riesgo y posibilita la titularización de cartera vencida así como su consecuente mejora en los balances de los bancos.

Sin embargo, para que el MHS pueda desarrollarse es de gran relevancia una correcta valoración de los títulos garantizados con hipotecas. Un factor importante de esta valoración es el riesgo de prepago que afecta los flujos de caja de los títulos adelantando pagos futuros a los tenedores.

En el presente documento se ofrece una explicación detallada de la metodología de valoración *OAS* que permite calcular el valor de la opción de prepago en puntos básicos. Esta se mide como la diferencia entre el *spread* estático (*SS*) y el *spread* ajustado. Asimismo, se realiza una aplicación para Colombia de la metodología.

Finalmente, el cálculo del valor de la opción de prepago a través la metodología *OAS* ofrece conclusiones interesantes.

Primera, gracias a la exención tributaria a la que se encuentran sujetos los TIPS, los participantes del mercado valoran el efecto de

la exención de tal manera que los compensa completamente por los riesgos en que incurren. Segunda, controlando por la exención, los resultados de la metodología sugieren que las primas de riesgo de prepago VO (medidas como el valor de la opción) responden positivamente a los prepagos.

Tercera, la evolución de esta prima también sugiere que el mercado ha ajustado su valoración, dado que han comenzado a cobrar una prima por riesgo de prepago que fluctúa acorde a las precancelaciones. Cuarta, si bien el *OAS* es la prima de riesgo una vez se ha tenido en cuenta el prepago, el *spread* ajustado puede estar reflejando, en parte, el comportamiento de los prepagos en la medida en que exista un riesgo de modelo de prepago. En este sentido, es de vital importancia que el mercado comience a desarrollar modelos de prepago que le permita reducir este riesgo y desarrollar el MHS.

Adicionalmente, los resultados sugieren que el *OAS*, que implícitamente los participantes del mercado calculan, ha comenzado a anticipar los choques de prepagos que afectan sus balances por la poca liquidez de los títulos. Por tanto, el *spread* ajustado también parece tener un componente importante de prima de liquidez. Por último, es de gran relevancia señalar que el mercado debe comenzar a desarrollar modelos de prepago que le permitan mejorar la valoración de los títulos, dado que esto se traduce en un mayor desarrollo del mercado.



---

## REFERENCIAS

- Breeden, Douglas (1994). "Complexities of Hedging Mortgages", en *Journal of Fixed Income*, No. 4 (3), diciembre, pp. 6-41.
- Brown, David (1999). "The Determinants of Expected Returns on Mortgaged-Backed Securities: An Empirical Analysis of Option-Adjusted Spreads", en *Journal of Fixed Income*, No. 9 (2), pp. 8-19.
- Cilia, J. (1995). "Advanced CMO Analytics for Bank Examiners. Practical Applications using Bloomberg" en *Federal Reserve Bank of Chicago*, [www.chicagofed.org/publications/capitalmarketnews/cmo.pdf](http://www.chicagofed.org/publications/capitalmarketnews/cmo.pdf).
- Fabozzi, Frank (1996). "Bond Markets, Analysis and Strategies", en *Prentice Hall*, 3a. edición.
- \_\_\_\_\_. (2000). *Fixed Income Analysis for the Chartered Financial Analyst Program*, Frank J. Fabozzi Associates.
- Gabaix, Xavier; Krishnamurthy, Arvind; Vigneron, Olivier (2004). "Limits of Arbitrage: Theory and Evidence from the Mortgage-Backed Securities Market", MIT, [http://econ-www.mit.edu/faculty/?prof\\_id=xgabaix](http://econ-www.mit.edu/faculty/?prof_id=xgabaix)
- Kupiec, P.; Kah, A. (1999). "On the Origin and Interpretation of OAS", en *Journal of Fixed Income*, No. 9 (3), pp. 82-92.
- Zea, Camilo (2003). "Secondary Mortgage Market Funding in the U. S.: The Dueling Channels", Mimeo.

---

## REFERENCIAS DE PREPAGOS Y TEMAS RELACIONADOS

- Beckett, S.; Morris, C. (1990). "The Prepayment Experience of FNMA Mortgage-Backed Securities", Federal Reserve Bank of Kansas City, documento de trabajo.
- Cheyette, O. (1994). "OAS Analysis for CMOs", en *Journal of Portfolio Management*, verano.
- Caplin, A.; Freeman, C.; Tracy, J. (1993). "Collateral Damage: Refinancing Constraints and Regional Recessions", en *Journal of Money, Credit and Banking*, No. 29.
- Choi, S. (1996). "Effective Durations for Mortgage-Backed Securities: Recipes for Improvement", en *Journal of Fixed Income*, marzo.
- Deng, Y.; Quigley, J.; Van Order, R. (2000). "Mortgage Terminations, Heterogeneity and the Exercise of Mortgage Options", en *Econometrica*, No. 68.
- Downing, C.; Stanton, R.; Wallace, N. (2001). "An Empirical Test of a Two-Factor Mortgage Prepayment and Valuation Model: How Much do House Prices Matter?", en documento de trabajo consultado en [www.federalreserve.gov/pubs/feds/2003/200342/200342pap.pdf](http://www.federalreserve.gov/pubs/feds/2003/200342/200342pap.pdf).
- Dunn, K.; McConnell, J. (1981a) "A Comparison of Alternative Models for Pricing GNMA Mortgage-Backed Securities", en *Journal of Finance*, No. 36, pp. 471-483.
- \_\_\_\_\_; \_\_\_\_\_ (1981b). "Valuation of Mortgage-Backed Securities", en *Journal of Finance*, No. 36, pp. 599-617.
- \_\_\_\_\_; Spatt, K C. (1986). "The Effect of Refinancing Costs and Market Imperfections on the Optimal Call Strategy and the Pricing of Debt Contracts", en Carnegie Mellon University, documento de trabajo.
- Fabozzi, Frank (1996). *Bond Markets, Analysis and Strategies*, New Jersey, Prentice and Hall.
- Gabaix, Xavier; Vigneron, Oliver (2000). "The Valuation of Mortgage Backed Securities: Theory and Evidence", en Harvard University, University of Chicago, Mimeo.

- 
- Johnston, E.; Van Druenen, L. (1988). "Pricing Mortgage Pools with Heterogeneous Mortgagors: Empirical Evidence", en University of Utah, documento de trabajo.
- Kau, J.; Keenan, D. (1995). "An Overview of the Option-Theoretic Pricing of Mortgages", en *Journal of Housing Research*, No. 6.
- \_\_\_\_\_; et al. (1992). "A Generalized Valuation Model for Fixed-Rate Residential Mortgages", en *Journal of Money Credit and Banking*, No. 24.
- \_\_\_\_\_; et al. (1995). "The Valuation at Origination of Fixed Rate Mortgages with Default and Prepayment", en *Journal of Real Estate Finance and Economics*, No. 11.
- Mattey J.; Wallace, N. (1998). "Housing Prices and the (in)Stability of Mortgage Prepayment Models: Evidence From California", en Documentos de trabajo en teoría económica aplicada, *Federal Reserve Bank of San Francisco*.
- Mayer C.; Genesove, D. (1997). "Equity and Time to Sale in the Real Estate Market", en *American Economic Review*, junio.
- Monsen, G. (1992). "The new Thinking of Prepayments", en *Mortgage Banking*, octubre.
- Niculescu, P.; Chin, H.; Patruno, G. (1995). "What do People Mean when they Talk about Prepayment Risk?", en *Goldman Sachs Mortgage Research Weekly*, noviembre 22.
- Patruno, G. (1994). "Mortgage Prepayments: A New Model for a New Era", en *Journal of Fixed Income*.
- Richard S.; Roll, R. (1989). "Prepayments on Fixed Rate Mortgage-Backed Securities", en *Journal of Portfolio Management*, No. 15.
- Schwartz, E.; Torous, W. (1989). "Prepayment and the Valuation of Mortgage-Backed Securities", en *Journal of Finance*, No. 44.
- Selvaggi, Mariano. (2000). "Precancelaciones hipotecarias en Argentina: primeras evidencias basadas en modelos de duración", en Gerencia de Estudios Económicos, Banco Hipotecario S. A., Buenos Aires.
- Stanton, R. (1995). "Rational Prepayment and the Value of Mortgage Backed Securities", en *The Review of Financial Studies*, No. 8.
- Stein, J. (1995). "Prices and Trading Volume in the Housing Market: A Model with Down-Payment Effects", en *Quarterly Journal of Economics*, mayo.
- Timmis, G. (1985). "Valuation of GNMA Mortgage-Backed Securities with Transaction Costs, Heterogeneous Households and Endogenously Generated Prepayment Rules", documento de trabajo, Carnegie Mellon University.
- Van Order, Robert (2000). "The Structure and Evolution of the American Secondary Mortgage Markets, with some Implications for Developing Markets", en Freddie Mac.